

Verificación del cumplimiento de un rango de tolerancia para resistencias sometidas a una carga constante

Autores:

- Pérez Arnedo, Natael
- García Juárez, Tadeo
- Iñiguez Durand, Juan
- Toro Torres, Julio

Institución: Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ingeniería.

Datos de contacto: 54-387-4255420- unsaing@unsa.edu.ar

54-387-6153838- nataelp@gmail.com

Resumen

Para este trabajo se tuvo en consideración la importancia de la calidad de los componentes electrónicos que se pueden conseguir en Salta. Para ello se tomó como ejemplo las resistencias, presentes en todo tipo de aparatos electrónicos; donde su papel es crucial para el correcto funcionamiento y seguridad de cualquier aparato.

Este proyecto se basa en determinar, mediante Métodos Estadísticos, la calidad del producto de distintos comercios verificando si estos venden lo que dicen y si el precio es fiel a la calidad o no.

Palabras Clave: Resistencia, Precio, Calidad, Tolerancia.

Introducción

Hoy en día, con tantos dispositivos electrónicos en la vida cotidiana, y como estudiantes de Ingeniería Electromecánica, es de suma importancia poder entender el funcionamiento básico de estos sistemas. Para ello nos centramos en las resistencias, base fundamental de cualquier aparato, donde la confiabilidad de estas es un factor determinante para el correcto funcionamiento, ya que si estas se escapan de una región de tolerancia podría traer implicaciones, por ejemplo, si están por debajo de su tolerancia esto puede generarle estrés de más a la fuente de alimentación generando que el dispositivo consuma más energía innecesariamente, recalentándolo llevando esto al mal funcionamiento del dispositivo, acortamiento de la vida útil o incluso poner en riesgo la seguridad de la persona que está utilizando el mismo ya que este dispositivo puede estar conectado a la red domiciliaria y el riesgo es mayor incluso ya que la tensión a manejar es mucho mayor. Para ello tomamos como punto de partida los lugares donde se pueden conseguir componentes electrónicos en la ciudad y de manera arbitraria se seleccionaron 2 locales que tienen mayor peso en este campo, Electrónica Urquiza y Gamma Componentes Electrónicos

La estadística fue crucial para la inferencia ya que brinda un punto de vista objetivo, permitiéndonos, usando modelos teóricos sencillos, llegar a una conclusión sólida acerca de lo que se está estudiando.

Metodología

Para comenzar el experimento se tomaron como muestra 50 resistencias de 1 kOhm [kilo Ohm] y una tolerancia de $\pm 5\%$ de ese valor de dos locales asegurando que

las 2 muestras provengan de distintos proveedores, siendo en total 100 resistencias para ser estudiadas.

Suponiendo los errores de medición del aparato despreciables y la temperatura no afecta considerablemente el mecanismo para medir la resistencia debería ser de manera indirecta ya que la intervención directa del circuito mientras está circulando corriente por las resistencias dañaría el aparato de medición, por lo que se usó una fuente de computadora la cual mantiene fijo un valor de tensión de 12[V], muy usual en equipos eléctricos, suponiendo que la tensión provista por la fuente no varía en el tiempo (corriente continua) el valor de resistencia se calcularía de la ley de Ohm $R=V/I$ donde la tensión se mantiene fija y la corriente que circula se mide para cada resistencia.

Una vez con los datos para que el análisis paramétrico sea válido se aseguró la independencia de los datos seleccionando 10 resistencias al azar para cada muestra garantizando que no existe una componente de covarianza en el análisis de datos, lo que complicaría enormemente los cálculos. Ya aleatorizados los datos asegurar la normalidad de los mismos es clave para la simplificación de su análisis aplicando alguna prueba de bondad de ajuste. En el caso de que este asegurado que es apropiado modelar los datos utilizando la distribución normal se corroboraría o que el tamaño de muestra adoptado es apropiado utilizando las curvas características de operación donde se determinaría el riesgo del consumidor o error tipo II, en caso de no ser este el tamaño de muestra adecuado se calcularía el tamaño óptimo para minimizar este riesgo o potencia del experimento; y ya con el tamaño de muestra calculado se procedería con el mecanismo de aleatorización nuevamente para el análisis.

Se graficarían los datos en un histograma para ver en una primera aproximación cualitativa que las resistencias están dentro de un rango que los comercios nombrados garantizan que pertenecen, y poder apreciar la dispersión de los datos. Luego se procedería al análisis estadístico de los mismos, donde se determinaría primero si las varianzas de ambas poblaciones es la misma. Con esto ya probado usando una prueba de hipótesis se determinaría la existencia de diferencia entre las poblaciones de resistencias, y en el caso de que ambas poblaciones sean iguales se procedería analizando los datos como un todo, pero si existiría diferencia se analizarían por separado. En el caso de que la normalidad de los datos no esté garantizada se debería proceder a determinar a qué distribución de probabilidad pertenecen realmente o realizar una prueba no paramétrica para poder continuar el estudio.

Desarrollo

Para el desarrollo del proyecto se lo dividió en los siguientes pasos:

1°. Toma de muestras y aleatorización

2° Verificación de Normalidad

3° Tamaño de muestra óptimo

4° Prueba de hipótesis y conclusiones para la muestra optima

Paso 1: Como ya fue mencionado, las resistencias se determinaron indirectamente a partir de la Ley de Ohm, donde lo único que se midió para cada

resistencia fue la corriente que circulaba por cada una de ellas, ya que a todas se le aplicó una diferencia de potencial de 12 [Voltios] constante. De las 50 resistencias de cada población, enumeradas previamente, se seleccionaron al azar 10 de ellas y se sometieron individualmente a la carga ya mencionada, generando la siguiente tabla:

orden	Urquiza[mA]	orden	Gamma[mA]
40	12.16	6	12.28
28	12.17	30	12.08
34	12.12	18	12.27
46	12.10	24	12.27
33	12.20	36	12.24
7	12.21	42	12.20
45	12.18	29	12.11
1	12.13	3	12.20
13	12.18	41	12.10
19	12.21	47	12.20

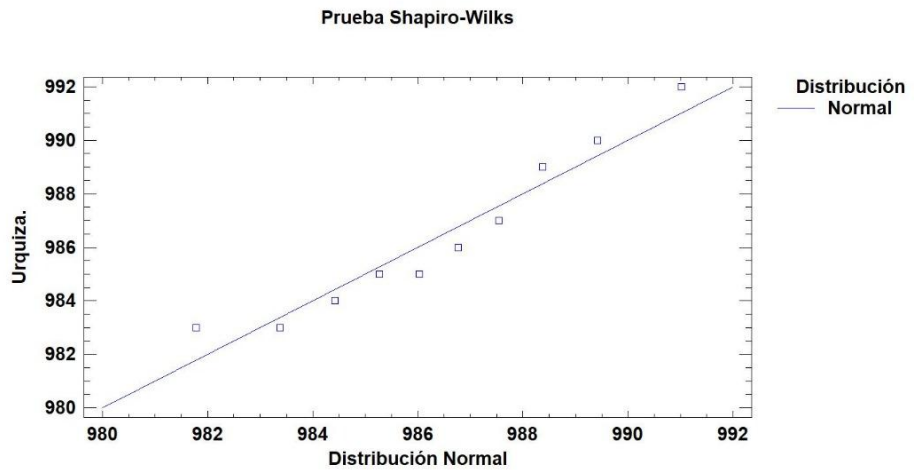
Tabla con mediciones, Tabla [1.1]

De esta tabla se puede deducir la resistencia obtenida en Ohmios:

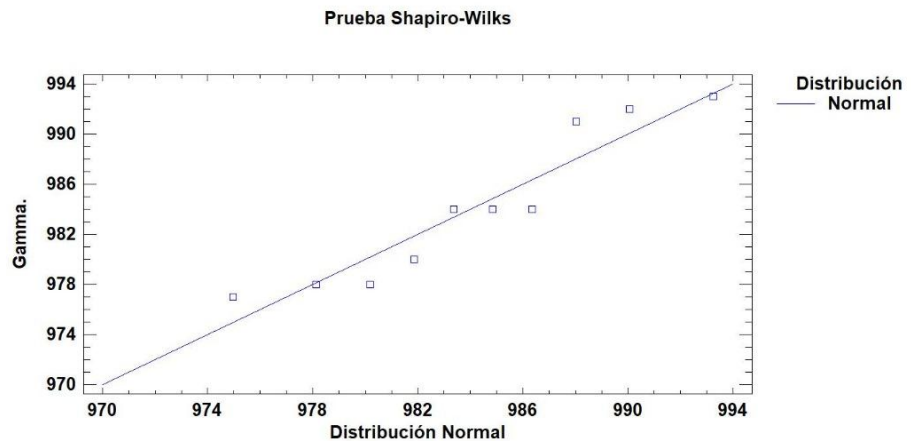
orden	Urquiza[Ohm]	orden	Gamma[Ohm]
40	987	6	977
28	986	30	993
34	990	18	978
46	992	24	978
33	984	36	980
7	983	42	984
45	985	29	991
1	989	3	984
13	985	41	992
19	983	47	984

Tabla con mediciones, Tabla [1.2]

Paso 2: Una vez armadas las tablas (Tabla [1.1] y Tabla [1.2]) de cada muestra con el número de orden aleatorio indicado, para asegurar la independencia de los datos, se procedió a verificar si los datos provienen de una distribución normal realizando una prueba de bondad de ajuste de Shapiro-Wilks.



Prueba de normalidad Urquiza, grafica [1.1]



Prueba de normalidad Gamma, grafica [1.2]

Como se puede observar, dadas las gráficas obtenidas (grafica [1.1] y grafica [1.2]), los datos pueden modelarse adecuadamente con una distribución normal. Lo que nos habilita a hacer los cálculos necesarios para continuar con el análisis usando estadística paramétrica.

Paso 3: En esta parte nos preguntamos cual sería el tamaño óptimo de muestra a trabajar para poder incrementar la potencia del proyecto. Para ello se determinó el riesgo del consumidor para la muestra tomada. Por consiguiente, se utilizaron las tablas OC para obtener este valor.

Para ello fue necesario obtener el valor “d” que es la diferencia supuesta entre las dos poblaciones, generalmente se aproxima utilizando el valor de 1 sigma.

$$d = (\text{diferencia planteada}) / 2 * \text{Sigma}$$

Ecuación [1.1]

Donde el desvío estándar se aproxima utilizando la varianza ponderada de las muestras:

$$S_p^2 = [(n_1 - 1) * s_1^2 + (n_2 - 1) * s_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)$$

Ecuación [1.2]

Para utilizar las curvas OC (Ver grafica en libro “Applied Statistics and Probability for Engineers” Third edition, Pagina 662) se debe entrar con el valor “d” calculado en la abscisa del gráfico y con el tamaño de muestra utilizado se encuentra el valor Beta. Para este caso se encuentra muy alto este valor con una probabilidad del 37% (marcado con color rojo). Para poder bajar esta probabilidad se procede a recalculer el tamaño de muestra que deberíamos tomar para aumentar la potencia de nuestras posteriores inferencias. Para ello se propuso bajar la probabilidad Beta hasta un 20%.

$$n^* = 2n - 1$$

Ecuación [1.3]

Donde “n*” es la cantidad total de datos que se debería utilizar y “n” es la cantidad de datos actuales. Para nuestro caso y resolviendo la ecuación, tenemos que usar un total de 32 datos para mejorar nuestro experimento, por lo tanto, se procedió a tomar una nueva muestra de n=16 para cada población, realizando la aleatorización nuevamente de la misma para la simplificación del análisis y obteniendo los siguientes datos de corrientes.

orden	Urquiza [mA]	orden	Gamma [mA]
4	12.18	18	12.27
28	12.17	24	12.27
16	12.21	30	12.08
22	12.12	17	12.16
27	12.16	41	12.10
34	12.12	29	12.11
21	12.21	35	12.12
46	12.10	47	12.20
32	12.15	3	12.20
39	12.15	40	12.12
45	12.18	14	12.26
1	12.13	2	12.31
7	12.21	8	12.27
44	12.17	13	12.21
18	12.18	20	12.31
6	12.17	26	12.21

Tabla con nueva cantidad de datos, Tabla [1.3]

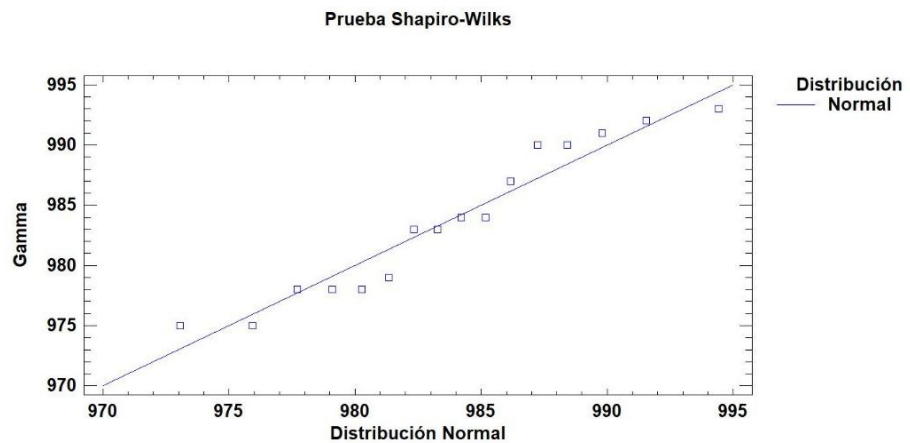
Dada las corrientes medidas con el multímetro sobre cada resistencia, se puede calcular el valor de cada resistencia.

orden	Urquiza[Ohm]	orden	Gamma[Ohm]
4	985	18	978
28	986	24	978
16	983	30	993
22	990	17	987
27	987	41	992
34	990	29	991
21	983	35	990
46	992	47	984
32	988	3	984
39	988	40	990
45	985	14	979
1	989	2	975
7	983	8	978
44	986	13	983
18	985	20	975
6	986	26	983

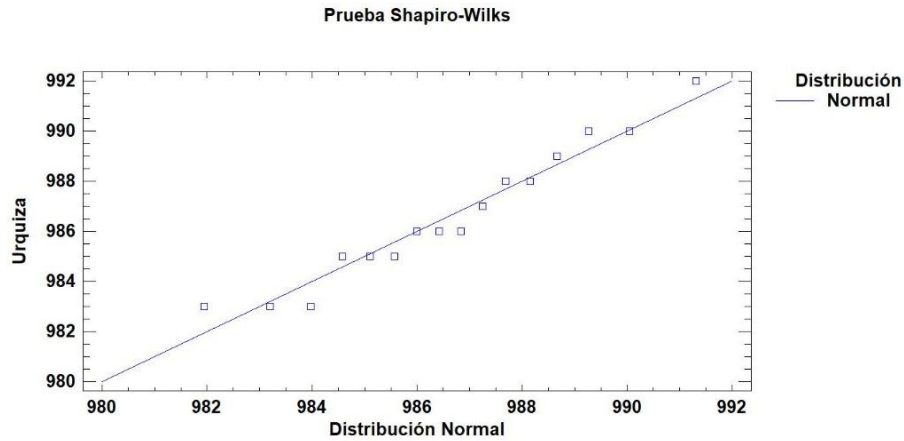
Tabla con nueva cantidad de datos, Tabla [1.4]

Cabe aclarar que, para la obtención de esta información (tabla [1.3] y tabla [1.4]), se tuvo que volver a realizar el Paso 1 explicado previamente donde se midió otra vez el valor nominal de la corriente de cada resistencia.

Por otro lado, es necesario probar por segunda vez la normalidad de nuestra nueva muestra tomada.



Grafica de normalidad para 16 resistencias Gamma, Grafica [1.3]

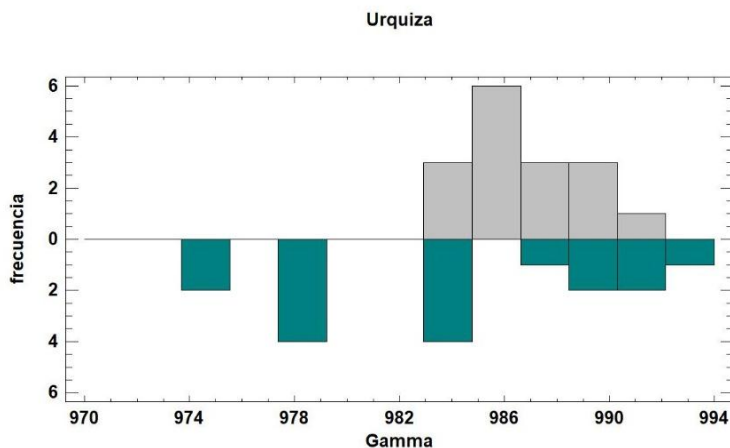


Grafica de normalidad para 16 resistencias Urquiza, Grafica [1.4]

Dada la bondad de ajuste realizada, Shapiro-Wilks, puede asegurarse que ambas muestras provienen de distribuciones normales. Habilitando nuestro análisis con métodos paramétricos.

Paso 4: Por último, procedimos finalmente, a realizar las pruebas de hipótesis inicialmente planteadas para poder determinar cuál de las dos poblaciones se comporta mejor como componente electrónico y poder determinar con certeza si las resistencias vendidas respetan las tolerancias garantizadas por los comerciantes.

Como primera aproximación de la diferencia entre las poblaciones, gráficamente se ve como se encuentran una población respecto de la otra:



Histograma para contrastar ambas muestras, Grafica [1.5]

De manera cualitativa se puede observar (en grafica [1.5]) como la población de resistencias Urquiza está más sesgada hacia el valor esperado de 1 kilo ohmios respecto a la población Gamma. Por otro lado, se puede afirmar cualitativamente que ambas poblaciones de resistencias están dentro del rango de tolerancias propuestos

por los proveedores, Pero estas observaciones no son totalmente validas como inferencias estadísticas, por ello realizaremos las pruebas paramétricas necesarias. Por consiguiente, es necesario comprobar la homogeneidad de varianzas para el correcto uso de los estadísticos a utilizar.

Prueba de homogeneidad de varianzas:

Comparación de Desviaciones Estándar	Urquiza	Gamma
Desviación Estándar	270,493	616,982
Varianza	731,667	380,667
Gl	15	15
Razón de Varianzas= 0,192207		
Intervalos de confianza del 95,0%		
Desviación Estándar de Urquiza: [1,99815; 4,1864]		
Desviación Estándar de Gamma: [4,55768; 9,54897]		
Razones de Varianzas: [0,067156; 0,550113]		
Prueba-F para comparar Desviaciones Estándar		
Hipótesis Nula: $\sigma_1 = \sigma_2$		
Hipótesis Alt.: $\sigma_1 \neq \sigma_2$		
F = 0,192207 valor-P = 0,00280344		
Se rechaza la hipótesis nula para alfa = 0,05.		

Tabla de la prueba de homogeneidad de varianza, tabla [1.5]

Queda comprobado que la variación de la muestra 1 es distinta a la variación de la muestra 2. Pudiendo continuar con el análisis de las mismas.

Prueba de diferencia de medias con varianzas distintas. Prueba de Hipótesis.

Hipótesis nula: μ (Urquiza)- μ (Gamma) = 0,0

Hipótesis alterna: μ (Urquiza)- μ (Gamma) \neq 0,0

Medias muestrales (Urquiza) = 986,625 y 983,75

Desviaciones estándar muestrales (Gamma) = 2,70493 y 6,16982

Tamaños de muestra = 16 y 16

Urquiza y gamma respectivamente para todos los casos

Dada la muestra de Urquiza de 16 observaciones con una media de 986,625 y una desviación estándar de 2,70493 y una segunda muestra de 16 observaciones con una media de 983,75 y una desviación estándar de 6,16982, el estadístico Z calculado es igual a 1,70706. Puesto que el valor-P para la prueba es mayor o igual que 0,05, no puede rechazarse la hipótesis nula con un 95,0% de nivel de confianza. El intervalo de confianza muestra que los valores de $\mu_1 - \mu_2$ soportados por los datos caen entre los valores -0,425936 y 6,17594.

Queda demostrado que las medias de la población de resistencias Urquiza son iguales a las de Gamma.

“Por otro lado y como parte de nuestro objetivo, es verificar la tolerancia garantizada por los comerciantes sobre la venta de sus respectivas resistencias. Para ello se armó un intervalo de confianza para cada muestra con un nivel de significancia del 5%, error tipo I.

Intervalos de Confianza para Urquiza

Intervalos de confianza del 95,0% para la media: 986,625 +/- 1,44136;

[985,184; 988,066]

Intervalos de confianza del 95,0% para la desviación estándar: [1,99815; 4,1864]

Intervalos de Confianza para Gamma

Intervalos de confianza del 95,0% para la media: 983,75 +/- 3,28767

[980,462; 987,038]

Intervalos de confianza del 95,0% para la desviación estándar: [4,55768; 9,54897]

En términos prácticos, puede establecerse con 95,0% de confianza, que la media verdadera de Gamma se encuentra en algún lugar entre 980,462 y 987,038, en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 4,55768 y 9,54897. Y para Urquiza se encuentra en algún lugar entre 985,184 y 988,066, en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 1,99815 y 4,1864.

Para ambos casos puede verificarse que tanto como el intervalo de confianza de la población Urquiza como la de Gamma, respetan las tolerancias prometidas por ambos comercios.

Cabe aclarar que ambos intervalos asumen que la población de la cual proviene la muestra puede representarse por la distribución normal, ya demostrada. Mientras que el intervalo de confianza para la media es bastante robusto y no muy sensible a violaciones de este supuesto, los intervalos de confianza para la desviación estándar son muy sensibles.

Conclusión:

Dados los cálculos y el análisis estadístico realizado, tenemos suficiente información para inferir que tanto las resistencias del comercio Electrónica Urquiza como las de Gamma componentes electrónicos, pertenecen a la misma población de resistencias, con un nivel de confiabilidad del 95 %. Por otro lado, queda verificado que los comercios proveedores de resistencias cumplen con las especificaciones ofrecidas al público consumidor, establecido como un 5% de tolerancia.

Económicamente, podemos concluir que conviene comprar las resistencias en el comercio Electrónica Urquiza, al menos aquellas de magnitud 1 [kOhm] y del 5 % de tolerancia, ya que estas tienen un valor de 50 centavos y en Gamma componentes electrónicos, cuestan 1 peso cada una. Dado que, según quedo demostrado en el desarrollo, ambas muestras tomadas pertenecen a la misma población; en otras palabras, son de la misma calidad.

Paralelamente este proyecto estadístico de verificación es fácilmente extrapolable a otros componentes electrónicos para el control de su buen funcionamiento y calidad, e incluso aplicable a otros campos de interés.

Bibliografía:

- Robert O. Kuehl. Diseño de experimentos Principios estadísticos para el diseño y análisis de investigaciones. Capítulo 1 “Principios para el diseño de investigación”, Capítulo 2 “Comenzando con diseños totalmente aleatorizados”
- Razali, Nornadiah; Wah, Yap Bee (2011). "Power comparisons of Shapiro–Wilk, Kolmogorov–Smirnov, Lilliefors and Anderson–Darling tests" (PDF). Journal of Statistical Modeling and Analytics.
- Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers, Keying Ye. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Capítulo 9 “Problemas de estimación de una muestra”, Capítulo 10 “Pruebas de hipótesis de una y dos muestras”
- Dennis Wackerly, William Mendenhall Richard L. Scheaffer. Estadística Matemática con aplicaciones, Séptima edición. Capítulo 8 “Intervalos de confianza”
- Douglas C. Montgomery, George C. Runger. Applied Statistics and Probability for Engineers, Third Edition. Chapter 10-2.2 “Choice of Sample size” and Chapter 10-3.3 “Choice of sample size”.