ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD VOLTAICA
EN VIVIENDAS FAMILIARES

Autores:

1. Bustamante Moya, Felicitas
2. Mendoza, Adriana
3. Orlandi, Eugenio
4. Suyo, Malena
5. Tejerina, Mirta
6. Zambrano, Federico

Institución: Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Salta. Salta, Salta Capital.

Datos de contacto: felicitasguadalupebustamante@gmail.com. Teléfono: 387-5607088

Resumen:

El voltaje adoptado en Argentina para consumo domiciliario es de 220 v. Sin carga los transformadores de distribución entregan una tensión de 231 v, y a plena carga, entregan algo del orden de los 220 v. Si la demanda es mayor a su capacidad, la tensión experimentará una variación proporcional al consumo y a la distancia de la vivienda respecto al transformador.

Debido a los riesgos que implica dicha variación, como por ejemplo recibir una descarga eléctrica o el mal funcionamiento de los electrodomésticos, mediante este informe buscaremos probar si el voltaje que circula en las viviendas es el indicado y si los niveles de tensión, independientemente de los distintos horarios y días, se mantienen cercanos al 220v.

Para ello, armaremos un intervalo de confianza de promedios y varianzas, utilizaremos varias pruebas de hipótesis, análisis de varianzas, entre otros métodos aprendidos durante el cursado.

Palabras claves: voltaje, alteraciones, tensión.

Introducción:

Las subidas y bajadas de tensión se deben, así como cortes en el suministro y cortocircuitos repentinos, a lo que se denomina energía reactiva vertida en la red. También estas alteraciones y cortes de suministro eléctrico son causados por una avería en la instalación eléctrica individual o a problemas que se originan en la empresa suministradora. A veces, las caídas de tensión se deben a las distancias largas desde el punto de alimentación a la vivienda.

Un cortocircuito provoca una bajada de tensión y la luz se vuelve tenue como si estuviera a punto de apagarse, afectando sobre todo a los motores eléctricos o moto compresores como son las heladeras, por ejemplo. *Y* las subidas de tensión, percibidas como aumentos puntuales o picos de subida de la intensidad, provocan efectos negativos en los aparatos eléctricos o electrónicos como batidoras, tostadoras, aspiradoras y similares.

Para prevenir dichos problemas, analizaremos como es la tensión en viviendas familiares.

Para ello, tomaremos 30 mediciones de voltaje en tres casas diferentes mediante un voltímetro.

Las casas donde fueron tomadas las mediciones se encuentran en distintos lugares de Salta Capital.

La casa 1 se encuentra en San Luis.

La casa 2 queda en San Lorenzo.

La casa 3 está ubicada en el barrio El Huaico.

Las mediciones serán tomadas el mismo dia cada media hora empezando a las 6 de la mañana hasta las 12 del mediodía (turno mañana) y desde las 1 hasta las 7 de la tarde (turno tarde).

Metodología:

Usaremos:

1. P($\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ≤ μ ≤ $\bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) = 1 – α

   Siendo:

   Confianza = 1 – α

   $\bar{x}$: media muestral

   z : estadístico de prueba

   σ : desviación estándar

   n : tamaño de la muestra

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

   De lo cual obtendremos el intervalo de confianza:

   $\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ≤ μ ≤ $\bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

2. La distribución chi cuadrado

   $x^2 = \frac{v * s^2}{\sigma^2}$

   $con\ v = (n-1)\ siendo\ v: grados\ de\ libertad$

   A partir de allí,

   P ($x_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2$ ≤ x^2 ≤ $x_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2$) = 1 – α

   P ($x_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2$ ≤ $\frac{v * s^2}{\sigma^2}$ ≤ $x_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2$) = 1 – α

   Despejando encontramos el intervalo de la varianza:

   $$\frac{v * s^2}{x_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{v * s^2}{x_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}{}^2}$$

3. Prueba de hipótesis con parámetros poblacionales:

   Donde plantearemos hipótesis nula y alterna y determinaremos el α (error tipo I) estableciendo las regiones de rechazo y aceptación.

   También es necesario establecer el estadístico de prueba. En este caso es:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

4. Prueba de mediana de Wilcoxon:
   A través de esta prueba buscamos probar que el voltaje que circula en la casa es igual a 220. Se realiza de la siguiente manera:

   Ho: volt=220
   Ha: volt ≠220

   Estadístico de prueba es: T=min {T+, T-}

5. Regresión:

   En este análisis estudiaremos los voltajes de una casa tomados en dos turnos diferentes (mañana y tarde), para saber si existe o no relación entre los diferentes turnos y su voltaje promedio.

   La regresión proporciona el siguiente modelo: V=m1*D1+m2*D2+b

6. Prueba de normalidad de Shapiro y Wilks:
   Este contraste nos permite probar que nuestra muestra tiene una distribución normal, mediante el siguiente procedimiento:

   Ho: tiene una distribución normal
   Ha: no tiene distribución normal

   w = $\frac{A^2}{n* s^2}$
   siendo: A= $\sum (a_{j,n} * (x_{(n-j+1)} - x_j))^2$
   $n * s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2$

   Con h = n/2 si es par

   h = (n-1)/2 si es impar

   Si $w_{obs} < w_c, rechazo\ Ho.$

7. Prueba de independencia de Pearson:
   Mediante esta prueba, buscamos demostrar que las variables (el voltaje y el dia) son independientes.
   El procedimiento es:

   Ho: las variables son independientes
   Ha: las variables no son independientes

   ${x_{obs}}^2 = \sum \frac{(f_{obs} - f_t)^2}{f_t}$
   ${x_{tabla\ (\alpha,gL)}}^2$ con gL= (filas-1)*(columnas-1)
   ${x_{obs}}^2 > {x_{tabla}}^2$, rechazo Ho.

8. Cuadro ANOVA:
   A partir de las siguientes formulas calcularemos las sumas de cuadrados del error, tratamiento, total:

$$SC_{ERROR}=\sum\sum Y_{ij}^2 - \frac{\sum Yi.}{n}$$

$$SC_{tratamiento}=\frac{\sum Yi.2}{ri} - \frac{Y..2}{n}$$

$$SC_{total}=\sum\sum Y_{ij}^2 - \frac{Y..2}{n}$$

También calcularemos los grados de libertad, los cuadrados medios y, finalmente, el Fobs.Las formulas son:

gL error = n - t
gL tratamiento = t - 1
gL total = n – 1

CM error = SCerror / gL error
CM tratamiento = SCtratamiento / gL tratamiento
CM total = SC total / gL total

Fobs = CM tratamiento / CM error

9. Contrastes para comparar dos o más tratamientos:
   Para ello debemos calcular la suma de cuadrados y el cuadrado medio de cada contraste, considerando que el grado de libertas es 1 (uno).

$$SC_C=\frac{(\sum kiYi)2}{(\sum ki2/ri)}$$

10. Método de Tuckey:
    Lo usamos para comparar los contrastes. El procedimiento es:

Ho: $Y_i = Y_j$ para todo $i \neq j$

Ha: $Y_i \neq Y_j$ para algún (i,j)

$T = \frac{t*(t-1)}{2}$, numero de comparaciones

El estadístico de prueba es: $DHS=q_{[\alpha\ ;\ t;\ n-t\ ]}* \sqrt{\frac{CMerror}{r}}$

El intervalo de confianza: $|Y_i - Y_j| \pm$ DHS

Datos numéricos obtenidos experimentalmente:

CASA 1:

221	220	220	223	221	219
219	222	221	223	222	220
221	221	220	223	219	219
220	222	222	219	218	221
220	224	221	220	220	223

Dividiremos los datos en dos grupos: los que fueron tomados en la mañana (1) y los que fueron tomados a la tarde (2).

Turno 1	turno 2
219	218
219	219
219	219
220	220
220	220
220	220
220	220
221	221
221	221
221	221
222	221
222	222
223	222
223	223
224	223

CASA 2:

221	220	220	221	220	220
219	220	219	222	220	219
221	222	219	221	222	218
219	220	222	220	220	219
220	219	219	221	219	219

CASA 3:

220	220	221	222	219	219
222	219	219	220	220	221
221	220	221	218	220	220
219	221	220	221	221	219
219	218	220	222	220	220

Desarrollo:

Primero solamente usaremos los datos de la casa 1, para probar si el voltaje que circula en dicha casa es igual a 220v.

Primero debemos calcular el promedio, la varianza, el desvío estándar y buscar en la tabla el estadístico de prueba para el α.

Siendo, n = 30

$\bar{x}$ = 220,8

s^2 = 2,24

s = 1,50

Confianza = 95%

1 – α = 0,95

α = 0,05

α/2 = 0,025

$z_{\alpha/2}$ = 1,96

El intervalo de confianza es:

$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$220{,}8 - 1{,}96 * \frac{1{,}50}{\sqrt{30}} \leq \mu \leq 220{,}8 + 1{,}96 * \frac{1{,}50}{\sqrt{30}}$

220,3 ≤ μ ≤ 221,3

Por lo tanto:

P (220,3 ≤ μ ≤ 221,3) = 0,95

El voltaje que circula en dicha casa no coincide con el voltaje del sistema adoptado para un funcionamiento libre de riesgos debido a que los 220v no se encuentran dentro del intervalo de confianza del promedio.

Usando una **prueba de hipótesis**:

Ho: μ = 220

Ha: μ ≠ 220

Como α = 0,05

α/2 = 0,025

$z_{\alpha/2}$ = 1,96

El estadístico de prueba observado:

$z_{obs} = \frac{220{,}8 - 220}{1{,}5/\sqrt{30}}$

z_{obs}= 2,92

Como $z_{obs} > z_{\alpha/2}$, es decir que z_{obs} se encuentra en la zona de rechazo, rechazamos Ho con un error de α = 0,05. Lo que indica que el voltaje medido en la casa es distinto a 220v.

Y el **intervalo para la varianza**:

v = 29

s^2 = 2,24

$x_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}^{\ 2}$ = 45,722

$x_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}^{\ 2}$ = 16,047

con α = 0,05

$\frac{29 * 2,24}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 * 2,24}{16,047}$

1,42 ≤ σ^2 ≤ 4,05

P (1,42 ≤ σ^2 ≤ 4,05) = 0,95

Este intervalo me indica que hay una variación moderada de los datos, es decir que los datos no hay mucha dispersión alrededor de la media.

Con la prueba de la mediana de Wilcoxon:

Yi	Yi-Ȳ	|Yi-Ȳ|	orden	rango	T-	T+
218	-2	2	1	1	1	
219	-1	1	1	2	2	
219	-1	1	1	3	3	
219	-1	1	1	4	4	
219	-1	1	1	5	5	
219	-1	1	1	6	6	
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
220	**0**	**0**				
221	1	1	1	7		7
221	1	1	1	8		8
221	1	1	1	9		9
221	1	1	1	10		10
221	1	1	1	11		11
221	1	1	1	12		12
221	1	1	2	13		13
222	2	2	2	14	14	
222	2	2	2	15		15
222	2	2	2	16		16

Datos obtenidos de tabla:

T- = 35 ; T+ =218

Tomando T- = 35 (por ser el valor más pequeño)

222	2	2	2	17		17
223	3	3	3	18		18
223	3	3	3	19		19
223	3	3	3	20		20
223	3	3	3	21		21
224	4	4	4	22		22

Como el cero no cuenta en la tabla, tomamos un nuevo n, que será n= 22

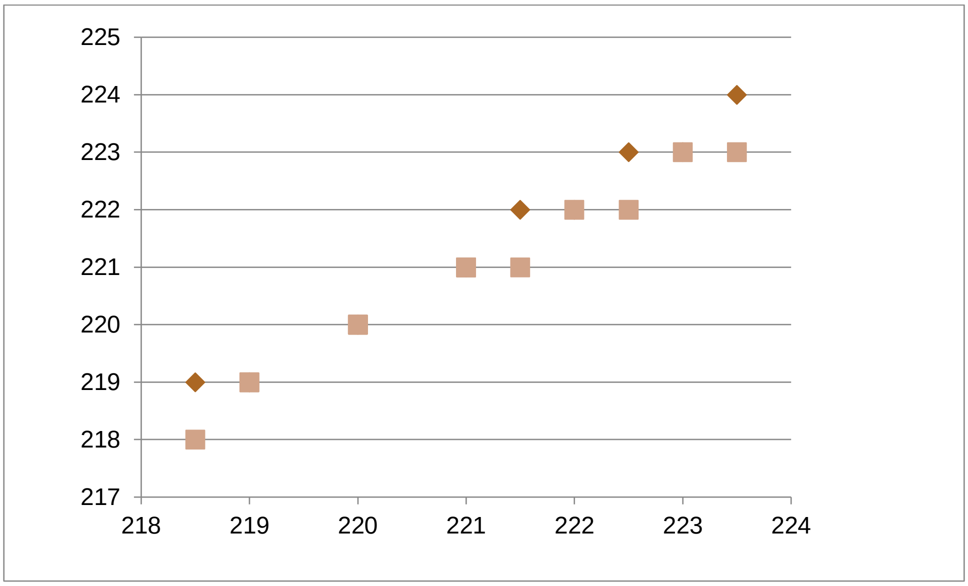
Buscamos en la tabla de prueba de rangos con signo de pares coincidentes;

Tα [α; n]=Tα [0,05; 22] = 66

Comparando T- < Tα como el T- es menor por lo tanto no aceptamos la hipótesis nula, es decir podemos asegurar que existe una minina variación en el voltaje que circula en una vivienda.

Mediante **la regresión:**

Voltaje [V]	Turno 1 [D1]	turno 2 [D2]
218,5	219	218
219	219	219
219	219	219
220	220	220
220	220	220
220	220	220
220	220	220
221	221	221
221	221	221
221	221	221
221,5	222	221
222	222	222
222,5	223	222
223	223	223
223,5	224	223



Debido a la dispersión de los datos, podemos plantear el modelo antes dicho.

M1=0,5	M2 = 0,5	B = 2,84217E-14
M1(error estándar)= 4,8049E-17	M2(error estándar)= 4,403E-17	b(valor de error estándar) = 3,07084E-15
Rˆ2= 1	Error estándar (V)= 7,4627E-17	
F=2,8191E+33	gL= 12	
Suma de regresión de cuadrados= 31,4	Suma residual de cuadrado=6,683E-32	

V= 1,13559E+16*D1 + 1,0406E+16*D2 + 3,07084E-15

m1=0,5
m2=0,5

b=3,07084E-15

tm1=1,13559E+16
tm2=1,0406E+16
tc=1,7823

rˆ2=1

El valor rˆ2=1 Este valor indica que la proporción de la suma de los cuadrados de las desviaciones de los valores de V(voltaje) respecto de sus estimaciones es pequeña, es decir el modelo de regresión usado es válido.

El modelo es altamente explicativo y satisfactorio. Podemos concluir que a medida que pasa el tiempo durante los diferentes turnos va aumentando su voltaje.

Ho: m1=m2=0

Ha: mj≠0 para alguna j

Análisis de Varianza:

F. de V.	GL	SC	CM
Regresión	K=2	31,4	15,7
Error	n-k-1=15-2-1=12	6,683E-32	5,56915E-33
Total	n-1=14	31,4	

F_{obs} = 2,8191E+33

Fc: $F_{[\propto=0,05;k=2\ ;n-k-1=12]} = 3,89$

$F_{obs} > F_{[\propto=0,05;k=2\ ;n-k-1=12]} \rightarrow$ Rechazamos la Ho: los datos del turno 1 y el turno 2 contribuyen con una información a la predicción del voltaje de una casa empleando el modelo de regresión planteado.

Ahora probaremos la normalidad de la muestra y la independencia entre variables:

Contraste de Shapiro Wilks:

I	Xi	Pi
1	218	0,032
2	219	0,065
3	219	0,097
4	219	0,13
5	219	0,16
6	219	0,19
7	220	0,23
8	220	0,26
9	220	0,29
10	220	0,32
11	220	0,35
12	220	0,39
13	220	0,42
14	220	0,45
15	221	0,48
16	221	0,52
17	221	0,55
18	221	0,58
19	221	0,61
20	221	0,65
21	221	0,68
22	222	0,71
23	222	0,74
24	222	0,77
25	222	0,81
26	223	0,84
27	223	0,87

$n * \ s^2 = \sum(x_i - \bar{x})^2$

$n * \ s^2 = 62{,}4$

28	223	0,9
29	223	0,94
30	224	0,97

$(x_i - \bar{x})^2$
7,84
3,24
3,24
3,24
3,24
3,24
0,64
0,64
0,64
0,64
0,64
0,64
0,64
0,64
0,04
0,04
0,04
0,04
0,04
0,04
0,04
1,44
1,44
1,44
1,44
4,84
4,84
4,84
4,84
10,24

j	**a(j,n)**	**x(n-j+1)**	**xj**
1	0,4254	224	218
2	0,2944	223	219

3	0,2487	223	219
4	0,2148	223	219
5	0,187	223	219
6	0,163	222	219
11	0,0697	222	220
12	0,0537	222	220
13	0,0381	222	220
14	0,0227	221	220
7	0,1415	221	220
8	0,1219	221	220
9	0,1036	221	220
10	0,0862	221	220
15	0,0076	221	221

$a_{j,n} * (x_{(n-j+1)} - x_j)$
2,5524
1,1776
0,9948
0,8592
0,748
0,489
0,1394
0,1074
0,0762
0,0227
0,1415
0,1219
0,1036
0,0862
0

A= $\sum$ ($a_{j,n} * (x_{(n-j+1)} - x_j))^2$

A = 7,6199

A^2 = 58,062876

Entonces w_{obs} = 0,929487

Y el w_c= 0,927

Como w_{obs} > w_c, acepto Ho. Es decir, que la muestra tiene distribución normal.

Independencia entre variables (Pearson):

voltajes	dia 1	dia 2	TOTAL
v1	219	218	437
v2	219	219	438
v3	219	219	438
v4	220	220	440
v5	220	220	440

v6	220	220	440
v7	220	220	440
v8	221	221	442
v9	221	221	442
v10	221	221	442
v11	222	221	443
v12	222	222	444
v13	223	222	445
v14	223	223	446
v15	224	223	447
TOTAL	3314	3310	6624

Calculamos las frecuencias esperadas:

Ft1	Ft2
218,6	218,4
219,1	218,9
219,1	218,9
220,1	219,9
220,1	219,9
220,1	219,9
220,1	219,9
221,1	220,9
221,1	220,9
221,1	220,9
221,6	221,4
222,1	221,9
222,6	222,4
223,1	222,9
223,6	223,4

Con estos datos podemos calcular el ${x_{obs}}^2$

${x_{obs}}^2$=0,00312

Los grados de libertad son

gL= (15-1)*(2-1) = 14

Por lo tanto, ${x_{tabla}}^2$ = 23,685

Como ${x_{obs}}^2 <<< {x_{tabla}}^2$, acepto Ho. Esto quiere decir que el voltaje no depende del horario ni día en que es tomado.

Para el cuadro ANOVA:

Consideramos a cada casa como un tratamiento.

Casas	Voltaje						$Y_i.$	$Y_i.^2$	$\bar{Y}_i.$
1	221	220	220	223	221	219	6624	43877376	220,80
	219	222	221	223	222	220			
	221	221	220	223	219	219			
	220	222	222	219	218	221			
	220	224	221	220	220	223			
2	221	220	220	221	220	220	6601	43573201	220,03
	219	220	219	222	220	219			
	221	222	219	221	222	218			
	219	220	222	220	220	219			
	220	219	219	221	219	219			
3	220	220	221	222	219	219	6602	43586404	220,07
	222	219	219	220	220	221			
	221	220	221	218	220	220			
	219	221	220	221	221	219			
	219	218	220	222	220	220			

N=90 r=30 t=3

Y..=	**19827**

Σyi.²=	131036981

Y_{ij}^2						ΣY_{ij}^2
48841	48400	48400	49729	48841	47961	1462644
47961	49284	48841	49729	49284	48400	
48841	48841	48400	49729	47961	47961	
48400	49284	49284	47961	47524	48841	
48400	50176	48841	48400	48400	49729	
48841	48400	48400	48841	48400	48400	1452475
47961	48400	47961	49284	48400	47961	
48841	49284	47961	48841	49284	47524	
47961	48400	49284	48400	48400	47961	
48400	47961	47961	48841	47961	47961	
48400	48400	48841	49284	47961	47961	1452914
49284	47961	47961	48400	48400	48841	
48841	48400	48841	47524	48400	48400	
47961	48841	48400	48841	48841	47961	
47961	47524	48400	49284	48400	48400	

$\sum\sum Y_{ij}^2=4368033$

SCtotal= 144,90
SCerror= 133,63
SCtrat= 11,27

SC_{CI} =11,25

SC_{CII}=0,024

Cuadro de análisis de varianza:

ANOVA				
Fuente de variación	G.L	SC	CM	Fo
Total	89	144,90	1,63	
Tratamiento	2	11,27	5,63	3,70
CI	1	11,25	11,25	7,30
CII	1	0,024	0,024	0,02
Error	87	133,63	1,54	

Empleando un intervalo de confianza del 95%

Ho:Y1=Y2=Y3

Ha: Y1≠Y2≠Y3

F_O=3,70

$F_{[0,05;\ 2;\ 87]}$=3,105

F_O=3,70 > $F_{[0,05;\ 2;\ 87]}$=3,105

Rechazo la hipótesis nula. Por lo menos uno de los tratamientos realizados difieren uno del otro.

Utilizaremos el **método de Tuckey** para poder comparar los voltajes promedios entre las casas.

Prueba de hipótesis:

Ho: $Y_i = Y_j$ para todo i≠j

Ha: $Y_i \neq Y_j$ para algún (i,j)

α = 0,05

T= 3(3-1)/2= 3 => tenemos tres comparaciones

Y1: media de la casa1

Y2: media de la casa 2

Y3: media de la casa 3

DHS = $q_{[0,05\ ;\ 3\ ;\ 87]} * \sqrt{\frac{1,54}{30}}$ = $3,38 * \sqrt{\frac{1,54}{30}}$ = 0,766

Comparaciones	$\lvert Y_i - Y_j \rvert$	DHS		Ho	Intervalo de confianza del 95%
					$\lvert Y_i - Y_j \rvert \pm$ DHS
Y1 vs y2	0,77	0,766	0,77 > 0,766	rechazo Ho	(0,004 ; 1,536)
Y1 vs Y3	0,73	0,766	0,73 < 0,766	no rechazo Ho	(-0,036 ; 1,496)
Y2 vs Y3	0,04	0,766	0,04 < 0,766	no rechazo Ho	(-0,726 ; 0,806)

Se pudo determinar que el voltaje promedio de la casa 1 es diferente al voltaje promedio de la casa 2 con un 95% de confianza, ya que por medio de los intervalos de confianza podemos observar una verdadera diferencia entre ambas casas. Además también podemos concluir que no hay diferencias entre el voltaje promedio de la casa 3 con la 1 y 2.

<u>Conclusión final:</u>

Con los contrastes de Shapiro y Wilks y Pearson probamos que los supuestos empleados son correctos. Por lo tanto, a través de la prueba de hipótesis y el intervalo de confianza de la media, la varianza, las distintas pruebas usadas, regresión y con la comparación de apares entre los voltajes promedios, podemos concluir que la tensión que circula por la casa 1 no es de 220V por la cual existen más posibilidad de que las subidas y bajadas de tensión puedan ocasionar el mal funcionamiento de los electrodomésticos y un riesgo hacia la persona.

Por otro lado, no ocurre el mismo problema en las casas 2 y 3 debido a que la tensión que circula si es de 220V.

Por lo tanto debería buscar cual es la causa de dichas alteraciones y una solución rápida al problema.

Bibliografía:

Libros:

- Diseño de Experimentos. Robert O. Kuehl Editorial Thomson. Segunda Edición. México. 2001
- Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. William Mendenhall, Terry Sincich Editorial Prentice Hall. Cuarta Edición. México. 1997
- Fundamentos de Estadística Daniel Peña Alianza Editorial. España. 2008.
- Diseño y Análisis de Experimentos Douglas C. Montgomery Grupo Editorial Iberoamérica. Tercera Edición. México. 1993

Paginas:

- http://www.matyse.es/causas-y-consecuencias-de-una-subida-y-bajada-de-tension-electrica/
- https://constructorelectrico.com/bajadas-de-tension/
- https://www.lagaceta.com.ar/nota/671280/sociedad/baja-tension-casas-puede-fundir-heladeras-aires-acondicionados.html