

Aplicación del diseño factorial 2^k para calibrar un intercambiador de calor

Autores:

- Aguiar Aldana, Pilar María
- Cardozo Fernández, Benjamín Gerónimo
- García Juárez, Tadeo Nicolás
- Gatti, Fabricio
- Gómez Cávolo, Camila
- Guaymas, Andrea Alejandra
- Guzmán Pastrana, Ricardo Nahuel
- Iñiguez Durand, Juan Manuel Nicolás
- Pérez Arnedo, Natael Iair
- Puertas, David
- Toro Torres, Julio Ignacio
- Valeriano, Lucrecia Mariel

Institución: Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Salta. Salta.

Dato de contacto: vacawo@unsa.edu.ar, 0387 425-5420.

RESUMEN

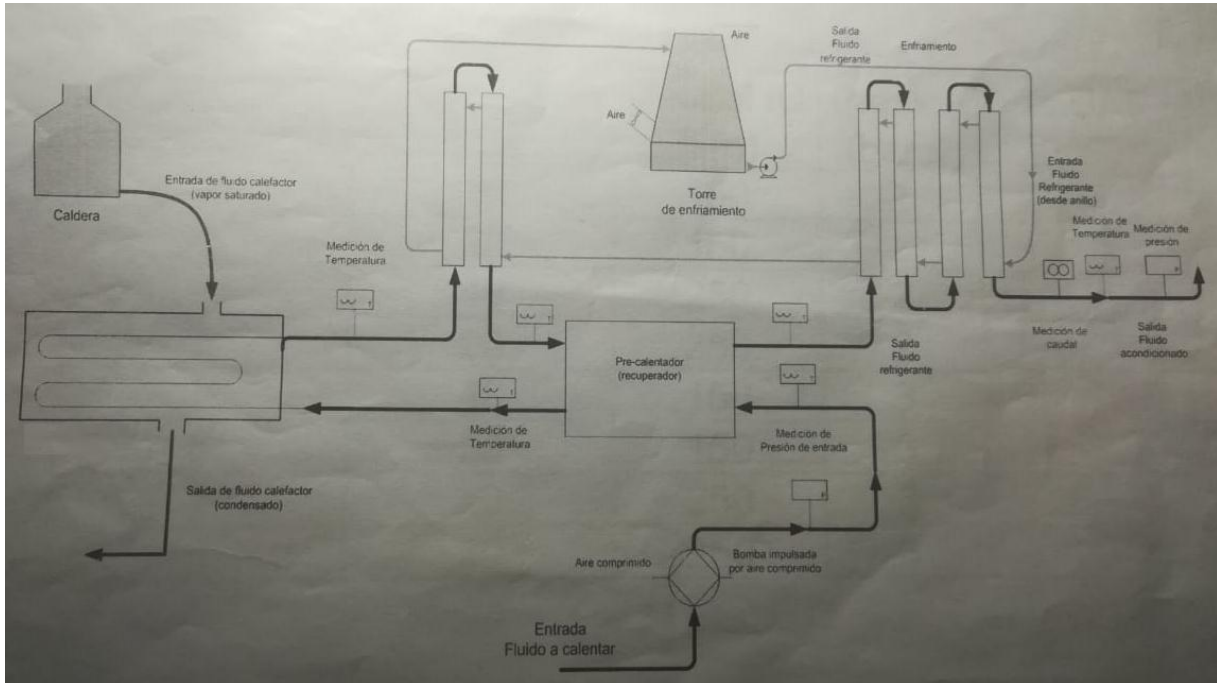
El objetivo principal del siguiente informe fue determinar el efecto de tres variables distintas en la temperatura medida a la salida de un intercambiador de calor concéntrico, presente en una de las plantas piloto de la Universidad Nacional de Salta. Este intercambiador de calor es utilizado dentro del proceso de eliminación de microorganismos presentes en la leche de cabra. Al definir la incidencia de cada factor, se logrará un mejor control sobre la temperatura, de acuerdo con lo requerido por el proceso.

Se determinó y observó gráficamente la variación de la temperatura alterando las variables, mediante el cálculo de sus respectivos efectos principales y de interacción, utilizando un diseño factorial a dos niveles (2^k).

Se realizó el trabajo utilizando varios métodos y herramientas estadísticas, con el fin de comprobar los resultados obtenidos. Mediante los distintos procedimientos se llegó a la misma conclusión.

INTRODUCCIÓN

Como ya se ha nombrado, en este trabajo estadístico se propuso determinar la variación de temperatura mediante el diseño factorial de dos niveles (alto-bajo) teniendo bajo control tres factores: caudal de flujo del fluido a procesar, frecuencia de la bomba y presión del vapor (fluido calefactor).



Equipo empleado en el procedimiento estudiado.

En conjunto con la Cátedra de Termodinámica de la carrera de Ingeniería Industrial se pudo entender el mecanismo de funcionamiento básico de un intercambiador de calor; equipo encargado de la transmisión de energía calórica entre dos corrientes a distintas temperaturas. Cabe aclarar que a pesar de que, en el sistema en su conjunto, se utiliza como fluido leche de cabra, en este caso el fluido a procesar fue agua.

METODOLOGÍA

La experiencia fue realizada en la planta piloto de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Salta. Se tomaron las mediciones pertinentes a través del sistema de control utilizado por el ingeniero a cargo de la planta. Para ello se debió tener en cuenta todas las medidas de seguridad necesarias para evitar cualquier riesgo.

La metodología utilizada fue la correspondiente al diseño factorial de dos niveles (2^k): se seleccionó un número fijo de niveles (2 en este caso) para cada factor (caudal de agua, frecuencia de la bomba y presión del vapor). Centrando en este modelo se tuvo que hacer 2^3 mediciones.

Se construyó una tabla de niveles a experimentar en el diseño, donde 1 representa el nivel más alto de cada factor, y 0 el más bajo.

Experimento	Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)	Presión (bar r)
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Matriz de diseño

Se realizó un experimento por cada combinación de las variables, obteniéndose los resultados presentados en la siguiente tabla:

Experimento	Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)	Presión (bar r)
1	20	150	2
2	40	150	2
3	20	250	2
4	40	250	2
5	20	150	3
6	40	150	3
7	20	250	3
8	40	250	3

Experiencias por realizar.

El efecto principal de cada factor es una medida del efecto medio de este a todas las condiciones de las demás variables. Para obtenerlos, se promediaron las medidas individuales de los efectos. Además, se utilizó la tabla de coeficientes de los contrastes y el algoritmo de Yates. Con estos dos últimos procedimientos, se calcularon tanto los efectos principales como los efectos de interacción.

El algoritmo de Yates se aplica a las observaciones una vez que estas se han puestas en orden estándar. Un diseño factorial está en orden estándar cuando, como en la tabla de la matriz de diseño, la primera columna consta de signos de menos y mases alternados, la segunda de parejas de signos alternadas; la tercera de cuatro signos menos seguidos de cuatro signos más.

DESARROLLO

La siguiente tabla representa el experimento factorial 2^3 en el que hay tres variables cuantitativas (presión de caldera, frecuencia de la bomba, caudal másico). La respuesta es la temperatura a la salida del intercambiador de calor concéntrico.

Experimento	Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)	Presión (bar r)	Ts (°C)
1	20	150	2	88,1721
2	40	150	2	80,4388
3	20	250	2	94,8048
4	40	250	2	84,0491
5	20	150	3	128,5925
6	40	150	3	118,8813
7	20	250	3	128,3387
8	40	250	3	115,7563

Resultados obtenidos.

Posteriormente se codificó los niveles de cada factor, de manera que un menos representa el nivel bajo y un mas representa el nivel bajo (idéntico a la matriz de diseño).

Experimento	Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)	Presión(bar r)	Ts UAT (°C)
1	-	-	-	88,1721
2	+	-	-	80,4388
3	-	+	-	94,8048
4	+	+	-	84,0491
5	-	-	+	128,5925
6	+	-	+	118,8813
7	-	+	+	128,3387
8	+	+	+	115,7563

Tabla de la matriz de diseño con resultados obtenidos.

Niveles	F(Hz)	C(L/h)	P (bar r)
-	20	150	2
+	40	250	3

Tabla de niveles de factor.

Donde:

F: frecuencia del caudal de la torre

C: caudal másico

P: presión de caldera

Cálculos de efectos principales

Al calcular el efecto de cada factor se está analizando el cambio de en la respuesta (temperatura de salida del intercambiador concéntrico) al ir del nivel menos a más de ese factor.

Efecto principal F (frecuencia de la bomba)

Medida individual del efecto de cambiar la frecuencia de la bomba de 20 Hz a 40 Hz

		Condiciones en las que se hace la comparación	
		Caudal IQ (L/h)	Presión (bar r)
Y2-Y1=	2,6885	150	2
Y4-Y3=	-1,3972	250	2
Y6-Y5=	-0,4146	150	3
Y8-Y7=	-0,8771	250	3

Efecto principal del caudal de la torre

$$F = -10,1956372$$

Efecto principal C

Medida individual del efecto de cambiar el caudal IQ de 150 a 250 (L/h)

		Condiciones en las que se hace la comparación	
		Frecuencia (Hz)	Presión (bar r)
Y3-Y1=	6,6327	40	2
Y4-Y2=	3,6103	20	2
Y7-Y5=	-0,2538	40	3
Y8-Y6=	-3,1250	20	3

Efecto principal del caudal IQ

$$C = 1,7160$$

Efecto principal P

Medida individual del efecto de cambiar la presión de 2 bar r a 3 bar r

		Condiciones en las que se hace la comparación	
		Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)
Y5-Y1=	40,4204	40	150
Y6-Y2=	38,4426	20	150
Y7-Y3=	33,5338	40	250

Y8-Y4= 31,7072



Efecto principal de la presión

P= 36,0260

Debido a la simetría del diseño hay un conjunto similar de cuatro mediciones para el efecto de cada factor, para cada una de las cuales los niveles de las restantes variables son constantes. Esta simetría se la puede observar en la figura 1. Los efectos principales se pueden considerar como el contraste entre observaciones en caras paralelas de un cubo, y las interacciones como contrastes entre los resultados en dos planos diagonales.

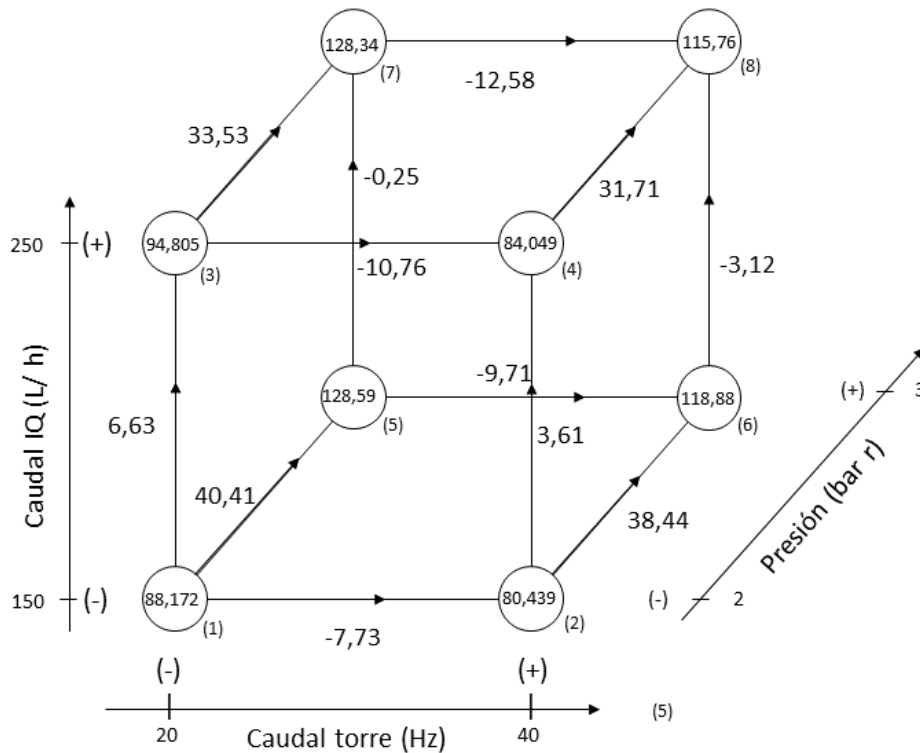


figura 1.

Efectos de interacción

Efecto de interacción $F \times P$

$$\frac{Ts_1 - Ts_2 + Ts_3 - Ts_4 - Ts_5 + Ts_9 - Ts_7 + Ts_8}{4} = -0,9511$$

Efecto de interacción $F \times C$

$$\frac{Ts_1 - Ts_2 - Ts_3 + Ts_4 + Ts_5 - Ts_6 - Ts_7 + Ts_8}{4} = -1,4734$$

Efecto de interacción CxP

$$\frac{Ts_1 + Ts_2 - Ts_3 - Ts_4 - Ts_5 - Ts_6 + Ts_7 + Ts_8}{4} = -3,4055$$

Efecto de interacción $FxCxP$

$$\frac{-Ts_1 + Ts_2 + Ts_3 - Ts_4 + Ts_5 - Ts_6 - Ts_7 + Ts_8}{4} = 0,0378$$

Efectos principales

Efecto $F = -10,1956$

Efecto $C = 1,7160$

Efecto $P = 36,0260$

Efectos de interacción

Efecto $FxC = -1,4734$

Efecto $FxP = -0,9511$

Efecto $CxP = -3,4055$

Efecto $FxCxP = 0,0378$

Otros métodos para calcular efectos principales y de interacción

Como complemento del análisis de datos, se realizó otros métodos para calcular tanto los efectos principales como los de interacción, a manera de comprobación de los resultados obtenidos. Estos métodos son más rápidos y simples, cabe mencionar que, para realizar una correcta interpretación de los resultados, debemos de conocer toda la estadística implicada.

Tabla de coeficientes de los contrastes

Los cálculos realizados para calcular los efectos se presentan en la siguiente tabla

Experimento	Media	F	C	P	FC	FP	CP	FCP	Ts UAT (°C)
1	+	-	-	-	+	+	+	-	88,1721
2	+	+	-	-	-	-	+	+	80,4388
3	+	-	+	-	-	+	-	+	94,8048
4	+	+	+	-	+	-	-	-	84,0491
5	+	-	-	+	+	-	-	+	128,5925
6	+	+	-	+	-	+	-	-	118,8813
7	+	-	+	+	-	-	+	-	128,3387
8	+	+	+	+	+	+	+	+	115,7563
Divisor	8	4	4	4	4	4	4	4	

Tabla de contrastes.

Estimación de la media

$$\frac{T_{S_1} + T_{S_2} + T_{S_3} + T_{S_4} + T_{S_5} + T_{S_9} + T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = 104,8792$$

Efecto principal F

$$\frac{-T_{S_1} + T_{S_2} - T_{S_3} + T_{S_4} - T_{S_5} + T_{S_9} - T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = -10,1956$$

Efecto principal C

$$\frac{-T_{S_1} - T_{S_2} + T_{S_3} + T_{S_4} - T_{S_5} - T_{S_9} + T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = 1,7160$$

Efecto principal P

$$\frac{-T_{S_1} - T_{S_2} - T_{S_3} - T_{S_4} + T_{S_5} + T_{S_9} + T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = 36,0260$$

Efecto de interacción $F \times P$

$$\frac{T_{S_1} - T_{S_2} + T_{S_3} - T_{S_4} - T_{S_5} + T_{S_9} - T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = -0,9511$$

Efecto de interacción $F \times C$

$$\frac{T_{S_1} - T_{S_2} - T_{S_3} + T_{S_4} + T_{S_5} - T_{S_6} - T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = -1,4734$$

Efecto de interacción $C \times P$

$$\frac{T_{S_1} + T_{S_2} - T_{S_3} - T_{S_4} - T_{S_5} - T_{S_6} + T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = -3,4055$$

Efecto de interacción $F \times C \times P$

$$\frac{-T_{S_1} + T_{S_2} + T_{S_3} - T_{S_4} + T_{S_5} - T_{S_6} - T_{S_7} + T_{S_8}}{4} = 0,0378$$

Como podemos observar, los resultados obtenidos coinciden con el método anterior.

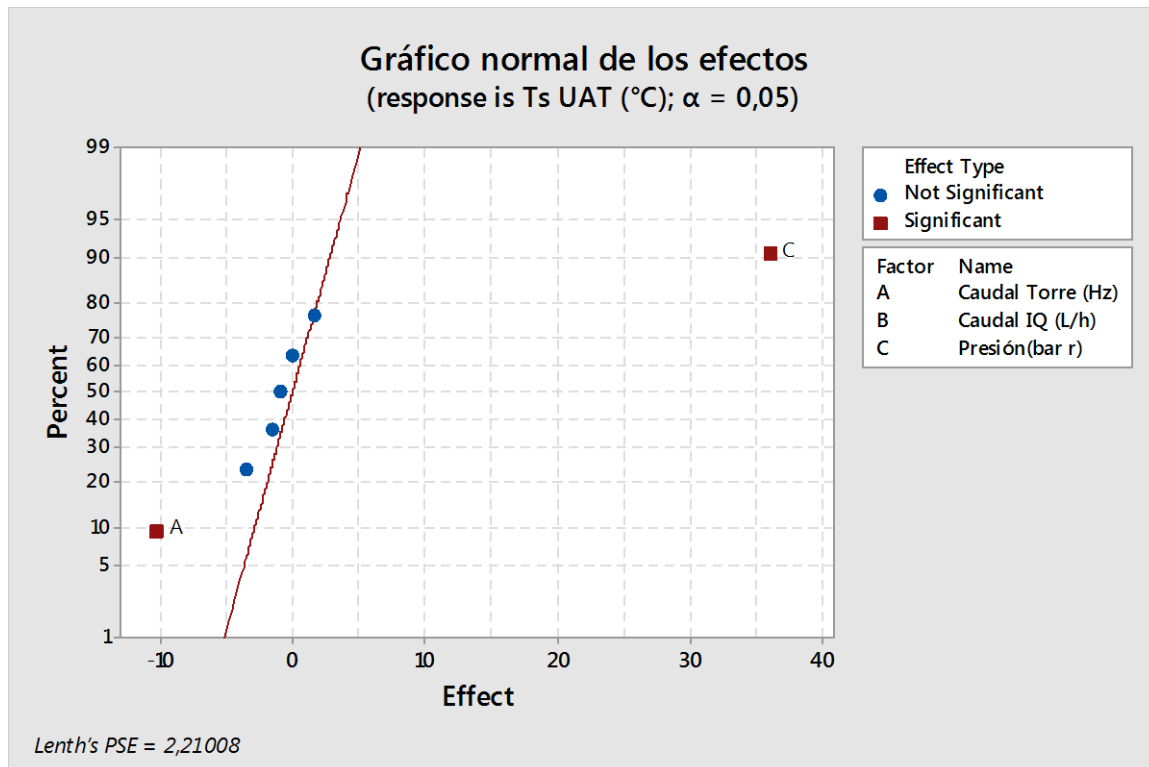
Algoritmo de Yates

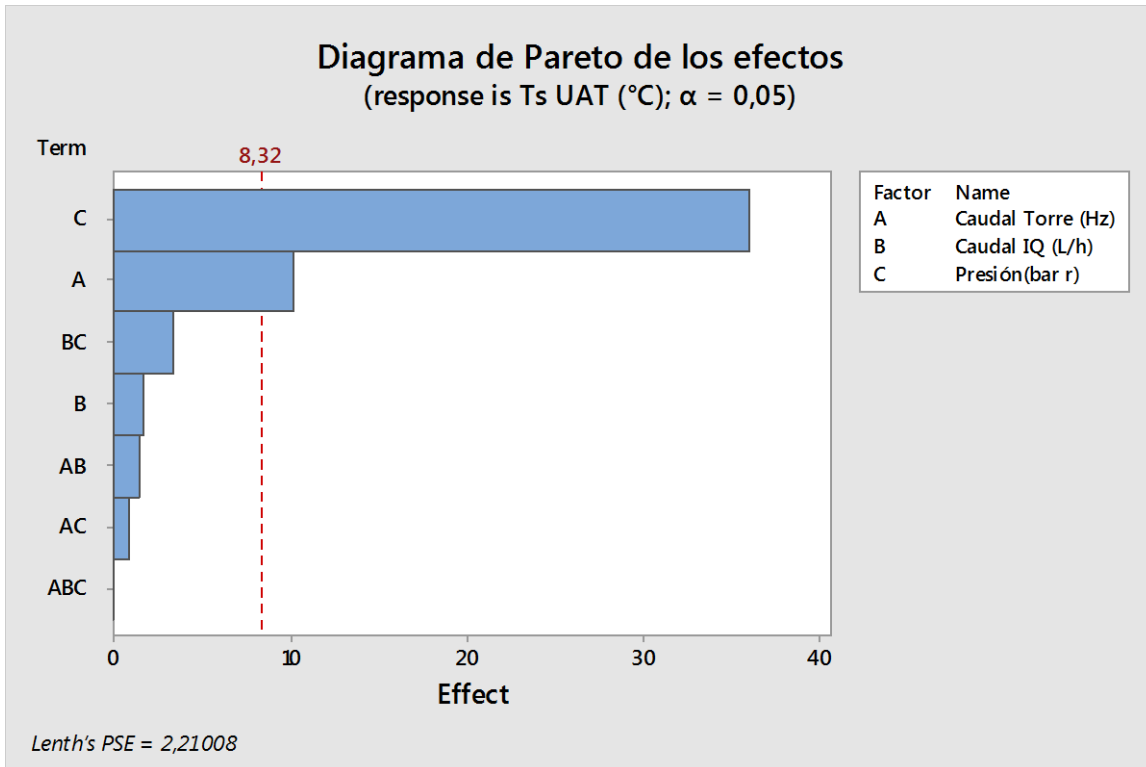
Exp.	Frecuencia (Hz)	Caudal IQ (L/h)	Presión (bar r)	Ts (°C)	1	2	3	Media	Estimación	Identificación
1	-	-	-	88,1721	168,6109	347,4649	839,0337	8	104,8792	Media
2	+	-	-	80,4388	178,8539	491,5688	-40,7825	4	-10,1956	F
3	-	+	-	94,8048	247,4738	-18,4891	6,8642	4	1,7160	C
4	+	+	-	84,0491	244,0950	-22,2935	-5,8935	4	-1,4734	FC
5	-	-	+	128,5925	-7,7334	10,2430	144,1040	4	36,0260	P
6	+	-	+	118,8813	-10,7557	-3,3788	-3,8044	4	-0,9511	FP
7	-	+	+	128,3387	-9,7112	-3,0224	-13,6219	4	-3,4055	CP
8	+	+	+	115,7563	-12,5823	-2,8712	0,1512	4	0,0378	FCP

Tabla de algoritmo de Yates.

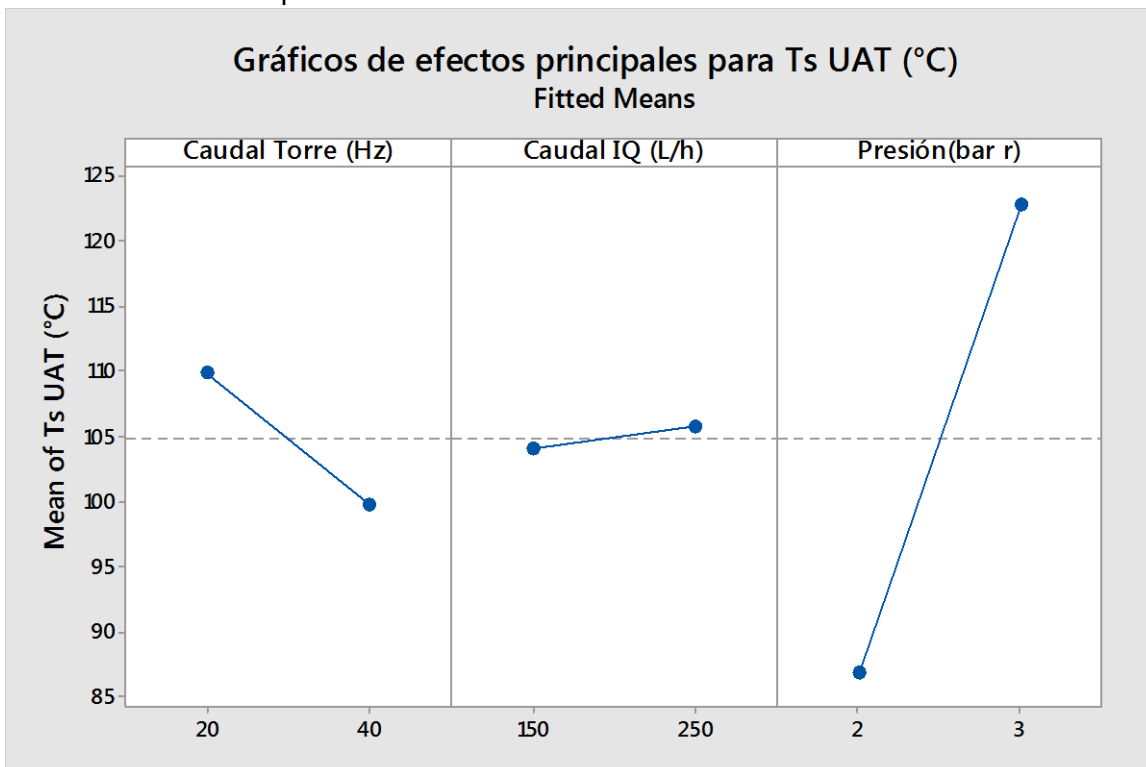
El algoritmo de Yates nos proporciona la manera mas rápida y eficaz para realizar los cálculos.

Gráficos correspondientes al software MINITAB





El diagrama de Pareto nos proporciona información visual sobre los factores que afectan a la variación de la temperatura del intercambiador de calor. La variación de la frecuencia en el caudal de la torre y la presión de la caldera presentan cambios significativos, siendo este último el más importante.

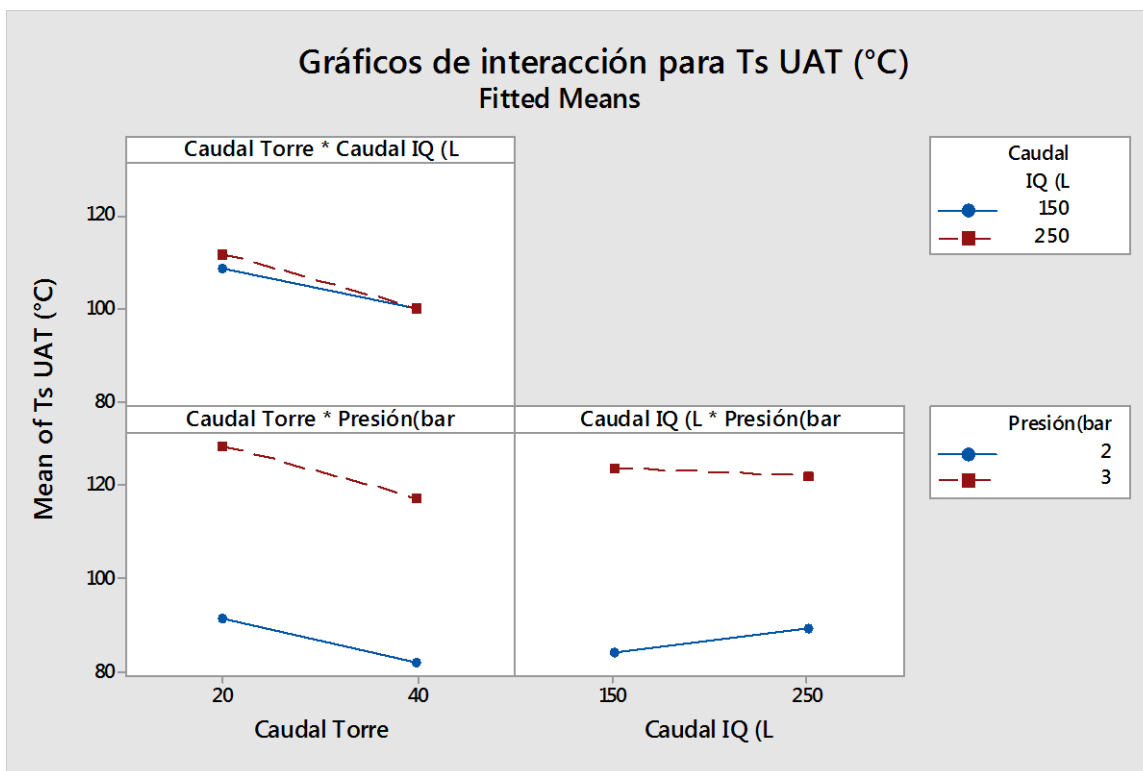


Cuando cambiamos los factores de un nivel bajo a alto:

Caudal Torre (Hz): La temperatura disminuye 10,1956 °C

Caudal IQ (L/h): La temperatura aumenta 1,7160 °C

Presión (bar r): La temperatura aumenta 36,0260 °C



Ecuación de regresión

$$\begin{aligned}
 Ts \text{ (}^\circ\text{C)} = & -24,49 + 0,06047 \text{ Caudal Torre (Hz)} + 0,2373 \text{ Caudal IQ (L/h)} \\
 & + 52,95 \text{ Presión(bar)} - 0,001662 \text{ Caudal Torre (Hz)} * \text{Caudal IQ (L/h)} \\
 & - 0,1102 \text{ Caudal Torre(Hz)} * \text{Presión(bar r)} - 0,07038 \text{ Caudal IQ (L/h)} \\
 & * \text{Presión(bar r)} + 0,000076 \text{ CaudalTorre (Hz)} * \text{Caudal IQ (L/h)} \\
 & * \text{Presión(bar r)}
 \end{aligned}$$

Utilizando esta ecuación se puede predecir el valor de la temperatura al variar cada uno de los factores.

CONCLUSIÓN

A partir del estudio realizado se pudo determinar que la presión es el principal factor que afecta la temperatura de salida del fluido del intercambiador de calor concéntrico. El cambio de una presión de 2 bar a una de 3 bar aumenta la temperatura un promedio de 36°C aproximadamente. Se puede afirmar entonces, que, si el objetivo en determinado proceso es aumentar la temperatura, lo más conveniente es aumentar la presión de vapor (del fluido calefactor).

Por otro lado, el efecto de aumentar la frecuencia de la bomba (de 20 Hz a 40 Hz), que controla el caudal del agua de la torre de enfriamiento, disminuye un promedio de 10°C la temperatura estudiada. Por lo tanto, si se desea disminuir la temperatura, se deberá trabajar con una frecuencia elevada.

El efecto de modificar el caudal del fluido a procesar (en este caso agua) no es significativo, es decir, no incide en gran magnitud en la temperatura de salida del fluido procesado.

En lo que respecta a los efectos de interacción, no se obtuvieron valores de gran relevancia.

BIBLIOGRAFÍA

- Box, Hunter & Hunter. (1978). "Estadística para investigadores". Ed. Reverté. España.
- Robert O. Kuehl. (2001). "Diseño de experimentos". Ed. Thomson. México.
- Wackerly, Mendenhall & Scheaffer. (1973). "Estadística matemática con aplicaciones". Ed. Cenage Learning. México.