

II Jornadas Internacionales de Estadística Aplicada 5 y 6 de diciembre de 2019

Dureza del agua en la ciudad de Salta

Rodriguez, Luis Maria; Jaramillo, Delfore José

Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ingeniería,

Salta, Capital. Datos de contacto: luisetha.lme@gmail.com; jjosedelfor2@gmail.com Teléfono: 0387-155509589

RESUMEN.

Se denomina dureza del agua a la concentración de compuestos minerales que hay en una determinada cantidad de agua, en particular sales de calcio y magnesio. El agua denominada comúnmente “dura” tiene una elevada concentración de dichas sales y el agua “blanda” las contiene en muy poca cantidad.

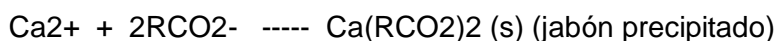
Se realizó un relevamiento de datos en la ciudad de Salta tomando mediciones del nivel de concentración de minerales (en partes por millón), en distintos puntos alrededor de la ciudad, considerando una división por zona: Norte, Sur, Centro, Este y Oeste, para estimar mediante el estudio estadístico los niveles de “dureza” en el agua de red de cada zona y efectuar comparaciones.

Palabras claves: Dureza del agua, minerales, estudio estadístico, comparaciones.

INTRODUCCION.

El agua es un constituyente de todos los seres vivos. Es un material de principal importancia en tecnología pues sirve como solvente, agente transmisor de calor reactivo químico etc. El agua casi nunca es pura en la naturaleza y según el uso para que se la destine es el tratamiento al que se la debe someter. Se dice que un agua es dura cuando su contenido en iones disueltos de Ca^{2+} y Mg^{2+} excede la tolerancia de 120 ppm. Una de manifestación de la dureza de un agua es el “cortado” del jabón.

El jabón es una sal de sodio de un ácido graso superior (generalmente de 16 a 18 átomos de carbono por molécula). Estos jabones son solubles, al menos dispersables coloidalmente, en agua y se caracterizan por la formación de espuma. En cambio, las sales de los cationes Ca^{2+} y Mg^{2+} son insolubles en agua. Se dice que el agua dura corta el jabón, ya que solo mediante un gran agregado de este (superando la cantidad estequiométrica necesaria para precipitar todo el Ca^{2+} y Mg^{2+}) se logra espuma y la detergencia de un litro de jabón.



R: hidrocarburo de cadena larga como $\text{C}_{17}\text{H}_{35}$

Existen varios procesos para ablandar o disminuir los niveles salinos del agua dura, previniendo enfermedades y problemas industriales, ya que se requiere más calor para hervir

aguas duras que aguas blandas, lo que conlleva un gran gasto y baja eficiencia en los procesos. Esto también produce problemas en nuestros hogares, ya que por ejemplo, la presencia de aguas duras baja la eficiencia del shampoo que utilizamos cuando nos duchamos, o perjudica la eficiencia de los detergentes para lavar la ropa, además de la acumulación de residuos en las tinas, duchas y fregaderos. Con el tiempo estos minerales se acumulan en las tuberías y electrodomésticos pudiendo hacer que funcionen de manera menos eficiente y se desgasten más rápido.

Consecuencias del consumo de aguas duras para la salud humana

Hay quienes otorgan a la dureza del agua la capacidad de afectar la salud generando desde simples asperezas de la piel y/o produciendo el endurecimiento del cabello, hasta generar cálculos renales, aumentar la incidencia de paros cardíacos, relacionarla con anomalías del sistema nervioso y varios tipos de cáncer. Algunos estudios han demostrado que hay una débil relación inversa entre la dureza del agua y las enfermedades cardiovasculares en los hombres por encima del nivel de 170 miligramos de carbonato de calcio por litro de agua. La organización mundial de la salud ha revisado las evidencias y concluyeron que los datos son inadecuados para permitir una recomendación para un nivel de la dureza.

Otros dicen que las aguas duras no causan problemas al cuerpo humano y son tan satisfactorias como las aguas blandas, sin embargo, la aceptación del público es variable de un lugar a otro, y su sensibilidad depende del grado de dureza al que estén acostumbradas.

METODOLOGÍA.

Recolección de datos y división de la ciudad

Para la recolección de datos utilizamos un instrumento llamado “TDS” (de sus siglas del inglés Solidos Totales Disueltos) este instrumento mide la concentración de solidos disueltos en unidades de “ppm” (partes por millón), Imagen (1).

En cuanto al fraccionamiento de la ciudad, fue en 5 zonas, siendo estas “Norte” (Imagen 2), “Sur” (Imagen 3), “Centro” (Imagen 4), “Este” (Imagen 5) y “Oeste” (Imagen 6).



Imagen (1): Instrumento TDS.



Imagen (2): Zona Norte.

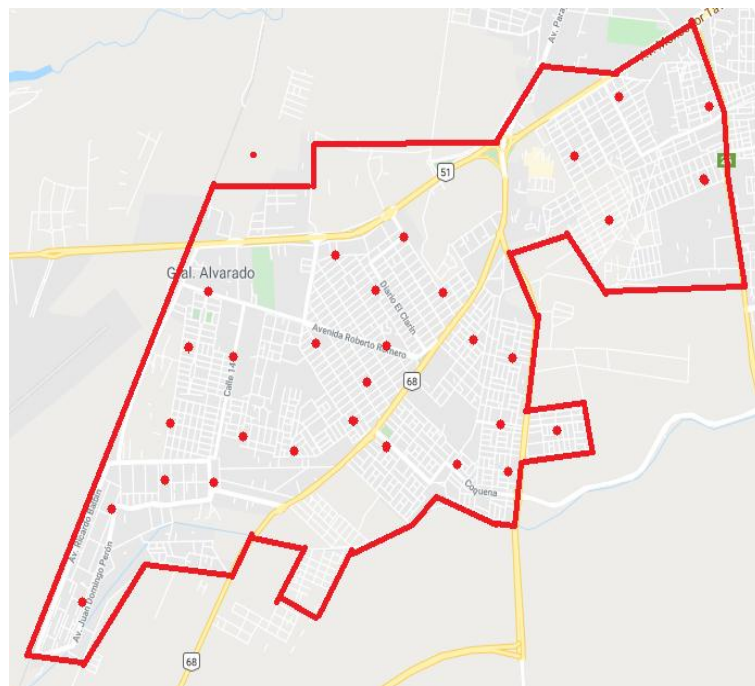


Imagen (3): Zona Sur

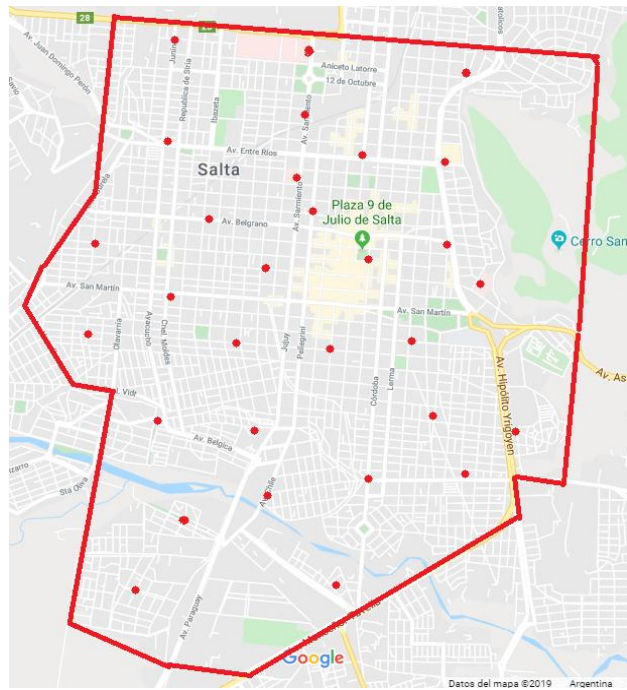


Imagen (4): Zona Centro

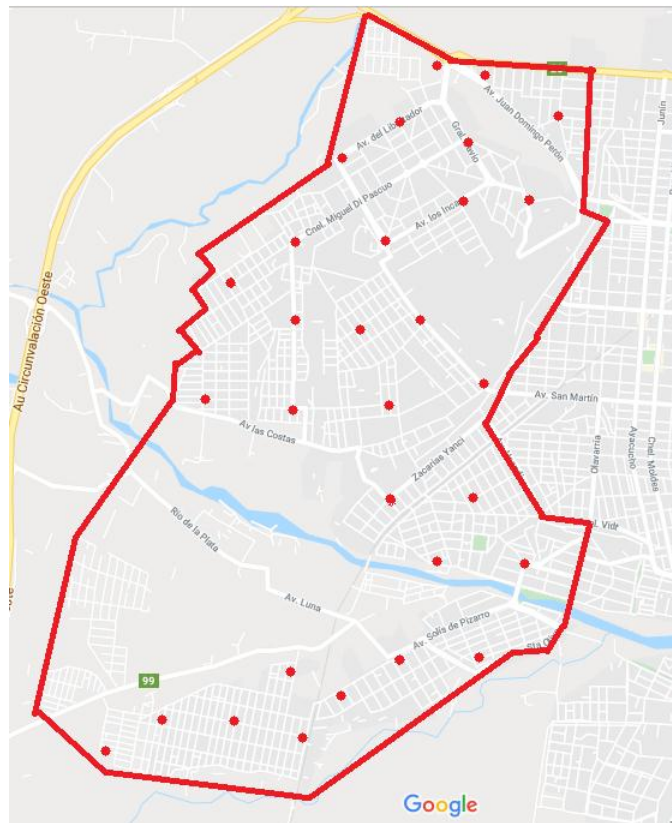


Imagen (5): Zona Oeste

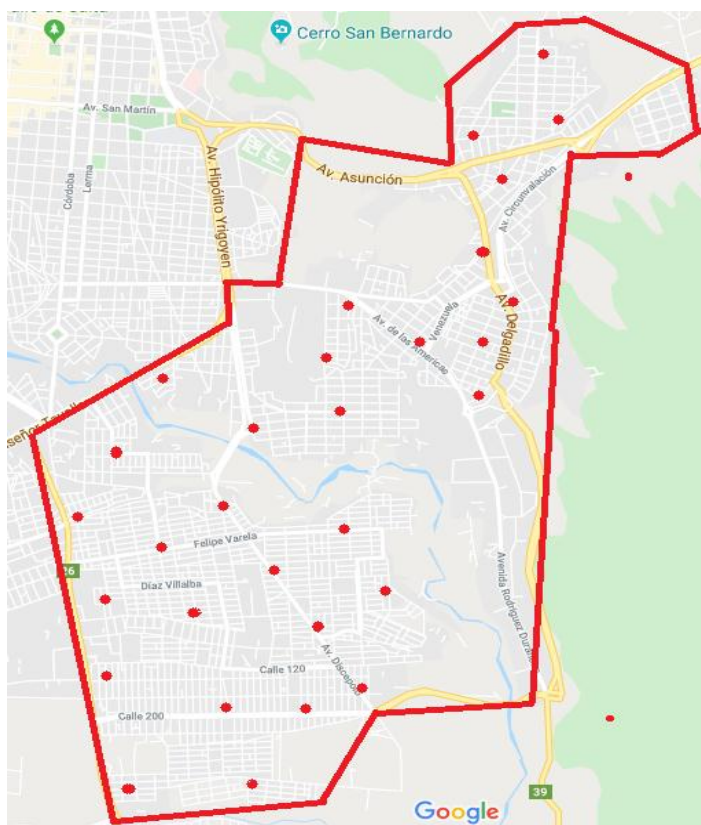


Imagen (6): Zona Este

Marco teórico de los conceptos estadísticos utilizados en el proyecto

Un experimento se limita a investigaciones que establecen un conjunto particular de circunstancias, bajo un protocolo específico para observar y evaluar las implicaciones de las observaciones resultantes.

El investigador determina y controla los protocolos de un experimento para evaluar y probar algo que en su mayor parte no se conoce hasta ese momento.

El control local describe las acciones que emplea un investigador para reducir o controlar el error experimental, incrementar la exactitud de las observaciones y establecer la base de la inferencia de un estudio.

El investigador controla: la técnica, selección de unidades experimentales, bloquización o aseguramiento de la uniformidad de información en todos los tratamientos, selección del diseño experimental, medición de covariados, cantidad replicas para obtener experimentos válidos y aleatorización para tener inferencias válidas.

Todo parte de una hipótesis de investigación que se plantea el investigador.

Cuando se realiza un experimento para contestar a preguntas específicas, los tratamientos se seleccionan de manera que las comparaciones entre ellos contesten esas preguntas.

A partir de la recopilación de datos se desarrolla un análisis de varianza.

El análisis de varianza es una colección de modelos estadísticos y sus procedimientos asociados, en el cual la varianza esta particionada en ciertos componentes debido a diferentes

variables explicativas. Nos permite determinar si diferentes tratamientos muestran diferencias significativas (o no) y, a partir de esto, poder hacer comparaciones entre tratamientos mediante contrastes para poder inferir acerca de sus influencias.

Los contrastes son formas especiales de las funciones lineales de las observaciones, se pueden construir de manera que se respondan a las preguntas específicas sobre el experimento. Se calculan las estimaciones de los contrastes, los errores estándar, las estimaciones de los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis sobre los contrastes, a partir de los datos observados, para realizar un análisis profundo de la hipótesis de investigación y para permitir al investigador tomar un conjunto de decisiones simultáneas.

Tukey (1949a) desarrolló un procedimiento que proporciona una tasa con respecto al experimento en el sentido fuerte, para las comparaciones en pares de todas las medias de tratamiento, que se usa para obtener intervalos de confianza simultáneos de $100(1 - \alpha)\%$, para determinar la diferencia o igualdad entre las medias de los mismos.

DESARROLLO.

Modelo estadístico:

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

Y_{ij} : unidad experimental, concentración de minerales en agua en ppm;

μ : media general;

T_i : efecto de los tratamientos, zonas: Norte, Sur, Centro, Este, Oeste;

e_{ij} : error experimental;

Supuestos del experimento:

- $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$, los errores tienen distribución aproximadamente normal con media cero y varianza constante.
- La media y la varianza son independientes.

Valores muestrales obtenidos:

NORTE	SUR	CENTRO	ESTE	OESTE
147	186	174	173	137
112	191	169	170	144
111	212	156	185	130
112	175	150	186	133
122	204	128	322	140
133	174	234	176	135
146	163	166	170	142
143	186	215	178	137
110	167	133	168	154
155	180	153	175	132

115	183	146	193	142
139	184	168	186	135
113	168	173	183	145
185	155	212	203	157
156	188	163	195	152
125	171	162	197	139
125	151	143	186	139
165	188	163	193	149
137	147	139	165	136
123	186	167	172	135
111	200	142	174	129
109	182	124	189	135
132	198	142	205	136
127	177	152	207	149
113	183	163	219	167
125	176	153	252	137
119	180	165	179	159
131	168	152	199	128
111	161	217	203	134
120	172	195	217	161

Tabla (1): Valores muestrales.

n=150, cantidad de datos;

t=5, cantidad de tratamientos (zonas);

r = 30, número de replicas por zona;

\bar{Y} = 161,433; media total.

Estimaciones puntuales de las concentraciones medias de cada zona y del error estándar de cada zona:

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
NORTE	30	3872	129,0666667	350,891954
SUR	30	5356	178,5333333	225,774713
CENTRO	30	4919	163,9666667	718,033333
ESTE	30	5820	194	930
OESTE	30	4248	141,6	102,386207

Tabla (2): Resumen de parámetros muestrales

Análisis de varianza:

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad para F	Valor crítico
Entre grupos	84011,333	4	21002,833	45,1269	1,4238E-24	2,4341

Dentro de los grupos 67485,5 145 465,417

Total 151496,83 149

Tabla (3): Cuadro de Análisis de Varianza.

Intervalos de confianza (confianza 95%) para la concentración por cada zona

$$\alpha = 0,05 ; \alpha/2 = 0,025$$

$$t_{(\alpha/2, n-t)} = 1,645$$

CMT=21002,83, cuadrado medio de tratamientos

CME=465,417; cuadrado medio del error

$$s_{\bar{y}_i} = \sqrt{\frac{CME}{r_i}} = 3,93876986$$

$$L_{I-S} = \bar{y}_i \pm t_{(\alpha/2, n-t)} * s_{\bar{y}_i}$$

\bar{y}_i	Zona	Intervalos de confianza
129,066667	N	(122,5873902 , 135,5459431)
178,533333	S	(172,0540569 , 185,0126098)
163,966667	C	(157,4873902 , 170,4459431)
194	E	(187,5207236 , 200,4792764)
141,6	O	(135,1207236 , 148,0792764)

Tabla (4): Cuadro resumen de los intervalos de confianza por zona.

Prueba de hipótesis para determinar el efecto de los tratamientos:

$$H_0: \mu_N = \mu_S = \mu_C = \mu_E = \mu_O$$

$$H_a: \mu_i \neq \mu_j \text{ (por lo menos uno difiere de los demás)}$$

$$\text{Estadístico de prueba: } F = \frac{CMT}{CME}$$

$$F_{\text{observado}} = 45,1269$$

$$\text{Valor crítico: } F(\alpha/2; t-1; n-t) = 2,4341$$

Fobservado > Fcrítico, rechazamos la hipótesis nula, por lo tanto, las mediciones si difieren según los tratamientos.

Comparación de Tratamientos:

Prueba de Tuckey (comparación de a pares)

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_a: \mu_i \neq \mu_j$$

$$DHS = q(\alpha/2; t; n-t) * \sqrt{\frac{CME}{r}}$$

$$q(\alpha/2; t; n-t) = 3,86$$

Si $|\tilde{Y}_i - \tilde{Y}_j| > DHS$ rechazamos la hipótesis nula.

CONTRASTE	$ \tilde{Y}_i - \tilde{Y}_j $	DHS	Ho	Lim. Inf.	Lim. Sup.
N-S	49,47	15,20	Rechazo	34,26	64,67
N-C	34,90	15,20	Rechazo	19,70	50,10
N-E	64,93	15,20	Rechazo	49,73	80,14
N-O	12,53	15,20	Acepto	-2,67	27,74
S-C	14,57	15,20	Acepto	-0,64	29,77
S-E	15,47	15,20	Rechazo	0,26	30,67
S-O	36,93	15,20	Rechazo	21,73	52,14
C-E	30,03	15,20	Rechazo	14,83	45,24
C-O	22,37	15,20	Rechazo	7,16	37,57
E-O	52,40	15,20	Rechazo	37,20	67,60

Tabla (5): Método de Tuckey

CONCLUSIONES

En el análisis gráfico de la dispersión de los residuos no se presentó una forma de embudo, de tal manera que podemos considerar válida nuestra suposición de Normalidad de los residuos $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ y de independencia de la media respecto a la varianza.

A través del análisis de varianza y la prueba F se determinó que existen diferencias, en dureza del agua, entre las distintas zonas de la ciudad.

Con los contrastes, utilizando la prueba de Tuckey para comparación de tratamientos se llega a las siguientes conclusiones:

- Las zonas Norte y Oeste presentan las mejores calidades en cuanto a dureza de agua, zona Sur y zona Centro presentan iguales niveles de dureza; y zona Este difiere de las demás siendo la de mayor concentración de minerales en el agua de red.