

## II Jornadas Internacionales de Estadística Aplicada 5 y 6 de Diciembre de 2019

### DEA para medir la eficiencia de las bibliotecas de la UNSa

Ismael Escalante, Enzo Geron

Departamento de Informática, Universidad Nacional de Salta

Salta, Argentina

Email: [ismaelpapee7@gmail.com](mailto:ismaelpapee7@gmail.com), [enzogeron@exa.unsa.edu.ar](mailto:enzogeron@exa.unsa.edu.ar)

### RESUMEN

El presente trabajo está abocado a medir la eficiencia de las bibliotecas de Sede Central de la Universidad Nacional de Salta. Para ello, se hizo uso de la técnica Análisis Envolvente de Datos (DEA). Aplicando el modelo DEA-CCR, los resultados obtenidos muestran que dos bibliotecas son eficientes.

**Palabras claves:** Análisis Envolvente de Datos, Análisis de Sensibilidad, Eficiencia, R, Universidad.

### I. INTRODUCCIÓN

Las bibliotecas de la Universidad Nacional de Salta, deberían hacer esfuerzos para mejorar la calidad de los servicios que brindan. En el presente trabajo analizamos la eficiencia de las bibliotecas, aplicando la técnica de programación lineal denominada Data Envelopment Analysis (DEA), tomando como significado de eficiencia la utilización de los recursos asignados a cada una de ellas.

DEA es una técnica no-paramétrica determinística que recurre a la programación lineal para medir la eficiencia relativa de unidades que presentan las mismas metas y objetivos. Esta técnica fue desarrollada por Charnes, Cooper y Rhodes [1], quienes se basaron en un trabajo preliminar de Farrel [2]. Su objetivo es evaluar la eficiencia relativa de un conjunto de Decision Making Units (DMU) o Sistemas ( $S_j$ ) de producción de bienes o servicios homogéneos entre sí, en el sentido de que a partir de las mismas entradas produzcan el mismo tipo de resultados. Ventajas que ofrece DEA:

- Permite múltiples entradas y salidas.
- Asigna ponderaciones a entradas y salidas, evitando la subjetividad del evaluador.
- Evita la imposición de una forma funcional para evaluar las unidades.
- Permite establecer metas de mejoramiento cuantitativas y alcanzables.
- Identifica pares de referencia para el mejoramiento de unidades ineficientes.
- Permite variables expresadas en distintas unidades de medida.

Utilizamos el software estadístico R [3] para la resolución del problema, junto con las librerías benchmarking y deaR, aplicando el método CCR orientado a la entrada.

### II. METODOLOGÍA

Como mencionamos anteriormente, DEA mide la eficiencia de un conjunto de DMUs o Sistemas. Para ello, se transforma una serie de  $m$  entradas en una serie de  $s$  salidas. Si  $m$  y  $s$  son iguales a 1 (una única entrada y salida), la eficiencia relativa de cada sistema  $j$  puede evaluarse como la simple relación entre la cantidad de su única salida y la cantidad de su única entrada, es decir:

$$eficiencia S_j = \frac{Salida_j}{Entrada_j} \quad j = 1, \dots, n$$

Cuando se quieren evaluar  $n$  sistemas con más de una entrada y más de una salida, la expresión de la eficiencia debería consignarse como el cociente entre la suma ponderada de las salidas y la suma ponderada de las entradas.

$$eficiencia S_j = \frac{\sum U * Variable Salida}{\sum V * Variable Entrada} \quad j = 1, \dots, n$$

En este último caso hay que definir los pesos de cada salida y cada entrada definidos como  $U$  y  $V$ , ya que el propósito de DEA es hacer que el valor de eficiencia para cada DMU sea el máximo que pueda alcanzar. Estos pesos pueden fijarse por criterios técnicos, en general subjetivos, y una vez determinados se los utiliza para evaluar la eficiencia relativa de todas las unidades o sistemas. No obstante, el método DEA proporciona otra forma de estimar estos pesos relativos. DEA proporciona una estimación individual de los valores  $U_r$  y  $V_i$  para cada unidad a partir de los datos disponibles formulando un modelo de programación matemática cuyas variables de decisión son justamente los  $U_r$  y  $V_i$ . Esta forma de estimar los pesos relativos resulta completamente objetiva y sus valores pueden variar de una unidad a otra.

Con la finalidad de formalizar nuestro modelo, consideramos la función objetivo del problema:

$$MAX = E_j = \frac{\sum_r U_r Y_{rj}}{\sum_i V_i X_{ij}} \quad j = 1, \dots, n$$

donde:

- $U_r$  es el peso de la variable de salida  $r$ -ésima
- $V_i$  es el peso de la variable de entrada  $i$ -ésima
- $Y_{rj}$  es el valor de la variable de salida  $r$  en la DMU  $j$ -ésima para  $r = 1, \dots, s$
- $X_{ij}$  es el valor de la variable de entrada  $i$  en la DMU  $j$ -ésima para  $i = 1, \dots, m$
- $n$  es el número de unidades de decisión, DMU

El objetivo, como hemos señalado anteriormente, es maximizar los pesos  $U_r$  y  $V_i$  para que el valor de eficiencia resultante para esa unidad de análisis sea el mayor posible. Las restricciones a este modelo son las siguientes:

- Los valores de eficiencia están acotados entre 0 y 1 (ya que son números relativos) y, por tanto:

$$0 \leq \frac{\sum_r U_r Y_{rj}}{\sum_i V_i X_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

- Los pesos que se utilicen deben ser valores no negativos y, por tanto:

$$U_r, V_i > 0 \quad \text{para } r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m$$

Consecuentemente, el valor de eficiencia de la  $DMU_j$  se puede obtener resolviendo el siguiente modelo de programación lineal:

$$MAX = E_j = \frac{\sum_r U_r Y_{rj}}{\sum_i V_i Y_{ij}}$$

$$s.a. = \begin{cases} 0 \leq \frac{\sum_r U_r Y_{rj}}{\sum_i V_i Y_{ij}} \leq 1 & j = 1, \dots, n \\ U_r, V_i > 0 & \text{para } r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m \end{cases}$$

Las DMUs con el valor máximo de eficiencia serán aquellas cuyo  $E_j$  alcance el valor de 1 y se las denomina *unidades eficientes* [4], las cuales constituirán el conjunto de referencia para las ineficientes. Este modelo, al comparar los valores de las variables de entrada y salida de las unidades ineficientes con los valores de las unidades eficientes que sirven de referencia, nos permite conocer las variables y la intensidad sobre las que tenemos que actuar para que las unidades ineficientes se conviertan en eficientes.

### A. Modelo básico de Charnes, Cooper y Rodhes DEA-CCR

De acuerdo a la orientación del modelo, la eficiencia puede ser caracterizada con relación a dos orientaciones básicas, definiéndose los siguientes modelos:

- Modelo orientado al input: dado el nivel de outputs, busca la máxima reducción proporcional en el vector de inputs mientras permanece en la frontera de posibilidades de producción.
- Modelo orientado al output: dado el nivel de inputs, busca el máximo incremento proporcional de los outputs permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción.

Teniendo en cuenta esta clasificación, una unidad será considerada eficiente solo cuando no sea posible incrementar las cantidades de output manteniendo fijas las cantidades de inputs utilizadas, y tampoco sea posible reducir las cantidades de inputs empleadas sin alterar las cantidades de outputs obtenidas.

En cuanto a la clasificación de los modelos de acuerdo a su rendimiento, se debe tener presente que los rendimientos de escala reflejan la respuesta del producto total cuando todos los factores se incrementan proporcionalmente. En este sentido, se pueden encontrar los siguientes tipos de rendimientos asociados a estos modelos:

- Modelo de rendimientos crecientes: sucede cuando al variar la cantidad utilizada de todos los factores en una determinada proporción, la cantidad obtenida del producto varía en una proporción mayor.
- Modelo de rendimientos de escala decrecientes: se presenta cuando al variar la cantidad utilizada de todos los factores en una proporción determinada, la cantidad obtenida de producto varía en una proporción menor.

En este orden de ideas, el modelo DEA-CCR proporciona medidas de eficiencia proporcional, con orientación input u output, de rendimientos a escala constantes.

## III. DESARROLLO

Como se comentó anteriormente, la eficiencia se calcula como la razón entre la suma ponderada de las variables de salida y la suma ponderada de las variables de entrada.

Las variables de entrada representan los recursos que utilizan las bibliotecas de la UNSa. Para este estudio utilizamos las siguientes:

- socios-activos: cantidad de socios activos.
- libros-disponibles: cantidad de libros disponibles para préstamo.

Las variables de salida representan los servicios que utilizan las bibliotecas. En este caso

usamos las siguientes:

- préstamos-domicilio: cantidad de préstamos realizados a domicilio.
- préstamos-sala: cantidad de préstamos realizados para la sala de lectura.

La forma en que se construye la frontera de eficiencia, a través de las variables de entrada y salida, determina que no se puede incluir en el análisis un número indeterminado de variables, dado que cada vez que se incorpora en el modelo una nueva variable es de esperar que se obtenga una nueva DMU eficiente, siempre y cuando la variable introducida no sea redundante en el modelo. Boussofiane [5] considera que el producto del número de variables de entrada y de salida no debe superar el número de unidades que conformen la muestra del estudio; en este caso, el producto de las variables de entrada y de salida no debe superar el número de bibliotecas de las que deseamos calcular su eficiencia. En caso contrario, el resultado puede conducir a que una gran proporción de las bibliotecas sean eficientes, reduciendo la capacidad de discriminación de esta técnica. En este estudio seleccionamos dos variables de salida y dos variables de entrada, por lo que su producto

$$2(\text{entradas}) \times 2(\text{salidas}) = 4$$

es un valor inferior al número de unidades de la muestra (6 bibliotecas).

El análisis de eficiencia se realizó sobre las 6 bibliotecas de Sede Central cuyas actividades fundamentalmente consisten en el préstamo de libros y servicios, como el acceso a una sala de lectura para los estudiantes. Se obtuvieron los siguientes datos que corresponden a diciembre de 2019 (Tabla 1).

DMU	socios-activos	libros disponibles	préstamos domicilio	préstamos sala de lectura
bib1	457	7525	14850	75555
bib2	830	22479	22000	15045
bib3	1756	16056	14645	14255
bib4	2500	20000	25700	72000
bib5	2250	17000	19500	9800
bib6	950	18000	10470	15210

Tabla 1: Valores asociados a cada una de las DMU, para sus respectivas entradas y salidas, algunos valores se presentan de forma aproximada ya que no se encontró la forma de obtenerlos precisamente.

dmu	socios-activos	libros-disp	pres-dom	pres-sala
Length:6	Min. : 457	Min. : 7525	Min. : 10470	Min. : 7200
Class :character	1st Qu.: 860	1st Qu.: 16292	1st Qu.: 14696	1st Qu.: 8116
Mode :character	Median : 1353	Median : 17500	Median : 17175	Median : 12028
NA	Mean : 1457	Mean : 16843	Mean : 17861	Mean : 11511
NA	3rd Qu.: 2126	3rd Qu.: 19500	3rd Qu.: 21375	3rd Qu.: 14848
NA	Max. : 2500	Max. : 22479	Max. : 25700	Max. : 15210

Fig. 1: Resumen estadístico para cada una de las variables utilizadas en el estudio.

DMU	Eficiencia
bib1	1
bib2	0.9516924
bib3	0.9628167
bib4	0.9116099
bib5	1
bib6	0.8962159

Tabla II: Valores de eficiencia para las bibliotecas de la UNSa.

Dentro del grupo de las 2 bibliotecas eficientes identificadas en nuestro estudio, se puede establecer un criterio de discriminación entre ellas basado en la frecuencia con la que cada una de estas bibliotecas aparece como modelo de referencia para el resto de las bibliotecas. Este hecho aparece representado en Fig.2, en donde las bibliotecas bib1 y bib5 se pueden tomar como referencia para 3 no eficientes cada una, debido a que suministran un mayor o igual volumen de servicios con un número menor o igual de recursos.

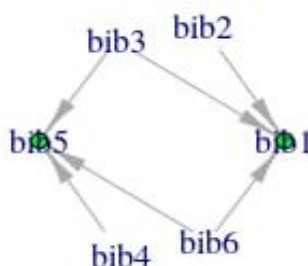


Fig. 2: La imagen muestra las DMU que se encuentran en la frontera de eficiencia y las DMU eficientes para las cuales actúan como referentes.

### A. Análisis de Sensibilidad

Una de las posibilidades que brinda esta técnica es la de identificar en qué sentido deben llevarse a cabo las iniciativas de gestión para que las bibliotecas ineficientes se transformen en eficientes. Para ello, podemos utilizar dos procedimientos:

- Identificar para cada una de las bibliotecas ineficientes, cuál o cuáles son sus bibliotecas de referencia, y así poder conocer las variables sobre las que se debe actuar para que consiga alcanzar la mayor eficiencia posible.
- Realizar un análisis global de sensibilidad que nos permita identificar, para cada una de las bibliotecas ineficientes, en cuanto deberían incrementar sus variables de salida, o en cuanto deberían reducir sus recursos de entrada con el fin de alcanzar la eficiencia.

Con el primer procedimiento se ha construido la Fig. 2 en la que aparece representada la relación de bibliotecas ineficientes y las bibliotecas que son referencia para cada una de ellas; por ejemplo, la biblioteca bib1 es una biblioteca de referencia para las bibliotecas bib2, bib6 y bib3.

En la Tabla III aparece ilustrada la aplicación del segundo procedimiento, cuyos resultados han sido obtenidos a partir de la realización del análisis de sensibilidad para las bibliotecas ineficientes.

En la Tabla IV se identifican las posibles modificaciones que se deberían llevar a cabo en las variables correspondientes a los recursos. Debemos hacer notar que este análisis se refiere a

modificaciones potenciales, las cuales, en algunos casos, pueden estar fuera del alcance de la gestión de la biblioteca.

Al comparar los valores objetivos y observados es posible determinar la mejora (reducción input y/o incremento output) que debería experimentar cada biblioteca ineficiente para convertirse en eficiente. Podemos concluir que algunas bibliotecas ineficientes no realizan una gran cantidad de préstamos, en relación a la cantidad de socios y libros que tienen disponible. En cambio una biblioteca eficiente como bib1 que cuenta con menos libros y cantidad de socios, realiza una gran cantidad de préstamos por lo que se puede decir que hace una mejor utilización de los mismos.

DMU	socios-activos	libros disponibles	préstamos domicilio	préstamos sala de lectura
bib1	360.00000	5525.000	14850	8555.000
bib2	452.0539	7135.993	19180	11049.488
bib3	438.0816	6290.082	17210	9523.625
bib4	795.6529	6677.543	20114	8798.286
bib5	555.0000	5252.000	15820	6920.000
bib6	690.0862	7635.759	22105	10697.878

Tabla III: Resultados obtenidos aplicando análisis de sensibilidad.

DMU	socios-activos	libros disponibles	préstamos domicilio	sala lectura
bib1	0	0	0	0
bib2	-4.83	-22.52	0	53.25
bib3	-3.72	-3.72	0	17.29
bib4	-41.20	-8.84	0	68.71
bib5	0.00	0.00	0	0.00
bib6	-10.38	-10.38	0	52.50

Tabla IV: Modificaciones en las variables de entrada/salida de cada biblioteca para que pueda considerarse eficiente.

#### IV. CONCLUSIONES

El presente trabajo estuvo orientado a aplicar una técnica cuantitativa para la toma de decisión a un caso real.

Utilizando la técnica DEA (Data Envelopment Analysis), una organización puede medir la eficiencia de las unidades de servicio (DMU), dando a cada unidad un índice objetivo de eficiencia, dentro de un conjunto significativo de unidades.

En este caso, se aplicó DEA para medir la eficiencia de las bibliotecas de Sede Central de la UNSa, lo cual nos permitió conocer la eficiencia de este conjunto de unidades. En referencia a los resultados obtenidos, se puede concluir que las acciones a llevar adelante en aquellas bibliotecas ineficientes son alcanzables y, por tanto, generaría una mejora en la atención a los estudiantes.

A futuro, se analizará la eficiencia de todas las bibliotecas de la UNSa incluyendo las Sedes Regionales.

## AGRADECIMIENTOS

El trabajo ha sido supervisado por la Cátedra de Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones del Departamento de Informática de la UNSa, y se presentó como proyecto final. Agradecemos a nuestros profesores por las observaciones y sugerencias para mejorar la calidad del trabajo.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] CHARNES, A., COOPER, W.W., RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operations Research*, 1978, 2 (6), 429-444.
- [2] FARRELL, The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 1957, 120 (3), 253-281.
- [3] R DEVELOPMENT CORE TEAM R. A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.Rproject.org/>, 2011.
- [4] HAMMOND, C. J. Efficiency in the provision of public services: a data envelopment analysis of UK library systems. *Applied Economics*, 2002
- [5] BOUSSOFIANE, A.; DYSON, R. G.; THANASSOULIS, E. Applied data envelopment analysis. *European Journal of Operations Research*, 1991, 52 (1), 1-15.
- [6] CORIA M.M. Eficiencia técnica de las universidades argentinas de gestión estatal. *Ensayos de Política Económica*, 5 (2011)
- [7] BANDEIRAS D. Análise da eficiência relativa de departamentos acadêmicos o caso da UFRGS. Tese Maestria. Universidade Federal do Rio Grandedo Sul, Escola de Administração (2000)