



II Jornadas Internacionales de Estadística Aplicada 5 y 6 de diciembre de 2019

Análisis de la disminución de altura en envases PET No Retornables.

Autores: Gisella Mautino, Oscar Gonzalo Amaya.

Institución: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta. Salta.

Datos de contacto: gisemautino@gmail.com; +54 9 388 444-0566

RESUMEN

En el siguiente trabajo se expone el desarrollo y la construcción de un modelo de regresión lineal simple, para analizar y predecir la disminución del contenido neto en envases de PET no retornables en función del tiempo de espera en depósito, desde que son entregados por el proveedor hasta su llenado en la Planta productora, debido a la utilización de un nuevo juego de moldes. Una vez obtenido y validado el modelo, se utilizó para predecir situaciones potenciales y proponer posibles cursos de acción, para controlar esta problemática y garantizar que el contenido neto entregado a los consumidores es el que corresponde.

El estudio se realizó en la Planta Jujuy de Soplado de envases PET, perteneciente a Salta Refrescos S.A.

Palabras Claves: Envases PET, Regresión Lineal, Estimación.

INTRODUCCIÓN

Los envases PET sufren una pequeña disminución en su altura desde el momento de su fabricación, lo que produce una alteración en el contenido neto que pueden albergar los mismos. Para determinar si un nuevo juego de moldes adquirido por la planta es adecuado, o necesita la colocación de un suplemento que incremente su altura, se plantea la necesidad de encontrar un modelo que nos permita estimar el contenido neto a las 250 horas de fabricación, que es el tiempo máximo que los envases esperan para ser llenados (según datos históricos). Para ello se establecerá un Modelo de Regresión Lineal Simple para estimar la disminución del contenido neto de envases PET de 1500 ml al transcurrir el tiempo desde su fabricación.

METODOLOGÍA

Para efectuar el estudio se tomaron muestras aleatorias del proceso estabilizado en una producción de envases PET de 1500 mililitros. Luego se realizaron mediciones del Contenido Neto de los envases PET de 1500 mililitros, medido en ml, y tiempo desde la fabricación de los mismos medido en horas.

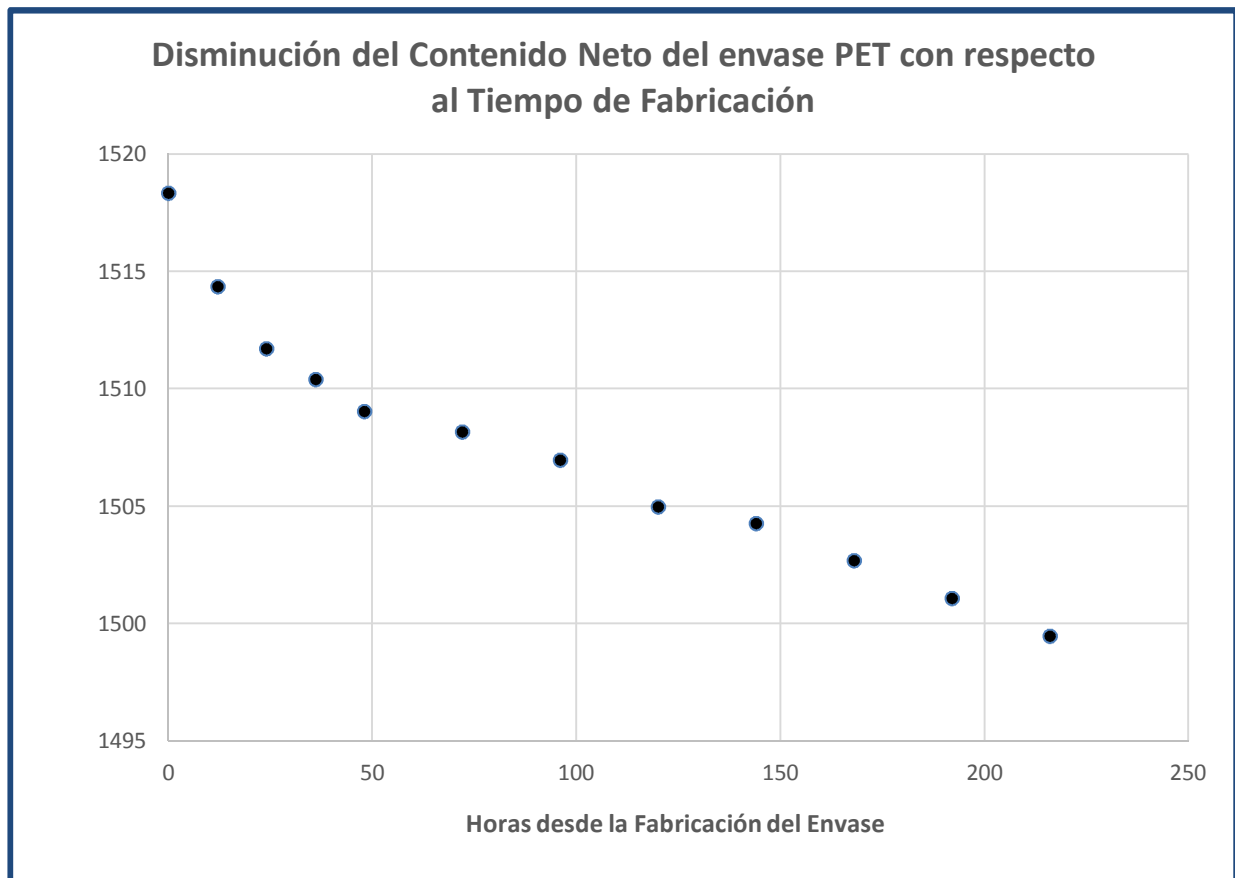
Objetivo: establecer un Modelo de Regresión Lineal Simple (MRLS) que permita estimar el contenido neto envases PET 1500 mililitros, con el correr del tiempo desde su fabricación.

Para la resolución del problema se diseñó un MRLS, utilizando la ecuación (1), donde la variable de respuesta Y es el contenido neto de los envases en mililitros (ml) y la variable regresora X es el tiempo desde la fabricación de los envases PET de 1500 mililitros en horas.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * X$$

Ecuación (1): Modelo de Regresión Lineal Simple

Para poder estimar estos coeficientes β_0 y β_1 del modelo se analizaron 12 pares ordenados (X, Y) que constituyen la muestra como se observa en la Gráfica (1).



Gráfica (1): Diagrama de dispersión de datos muestrales del Contenido Neto de los envases PET en función del tiempo desde su fabricación.

Para finalizar el trabajo se verificó el modelo obtenido a través del Análisis de Varianzas y las pruebas de hipótesis de los coeficientes β_0 y β_1 para poder realizar predicciones válidas que tengan un fundamento objetivo para establecer un punto óptimo de trabajo.

DESARROLLO

Modelo de Regresión Lineal Simple ajustado.

Mediante el software Minitab 18® se obtuvo la función lineal que mejor ajusta los valores muestrales como se observa en la salida de Minitab (1) y en la Gráfica (2).

24/10/2017 11:18:50 a.m.

Bienvenido a Minitab, presione F1 para obtener ayuda.

Análisis de regresión: Contenido Neto del envase PET vs. Horas desde Fabricación del Env

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Regresión	1	314.27	314.272	123.27	0.000
Horas desde Fabricación del Env	1	314.27	314.272	123.27	0.000
Error	10	25.50	2.550		
Total	11	339.77			

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
1.59672	92.50%	91.75%	88.24%

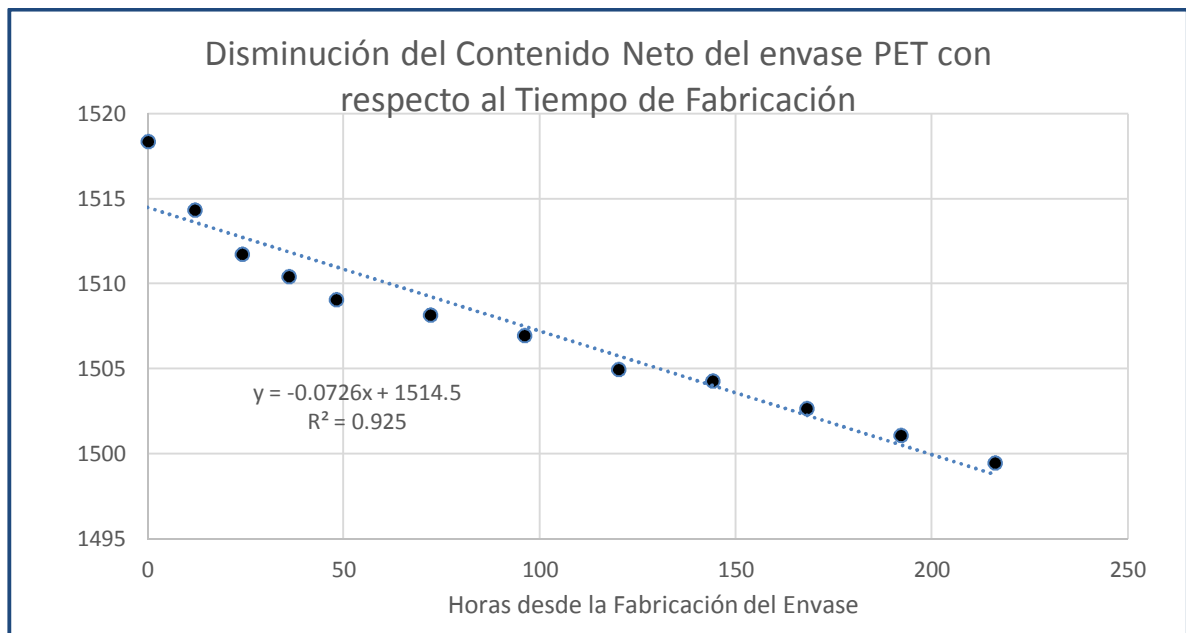
Coeficientes

Término	Coef	EE del coef.	Valor T	Valor p	VIF
Constante	1514.48	0.77	1970.61	0.000	
Horas desde Fabricación del Env	-0.07264	0.00654	-11.10	0.000	1.00

Ecuación de regresión

Contenido Neto del envase PET = 1514.48 - 0.07264 Horas desde Fabricación del Env

Salida 1 Análisis de regresión del modelo con Minitab 18®



Gráfica (2): Recta del Modelo de Regresión Lineal Simple ajustado utilizando MS Excel®.

Se obtuvo la siguiente información con estos gráficos:

- **Pendiente β_1 :** Representa la variación de la variable de respuesta Y (Contenido Neto), cuando la variable regresión X (tiempo) varía en una unidad de aumento de tiempo. **La pendiente de la recta es negativa** como se puede observar en el gráfico, por lo tanto, **a medida que aumenta el tiempo, disminuye el contenido neto de los envases.**
- **Ordenada β_0 :** La intersección con el eje Y representa el valor de la variable de respuesta

Y (Contenido Neto), cuando la variable de regresión X (Tiempo) es igual a cero. **Representa el contenido neto inicial de los envases recién producidos.**

- **Coefficiente de determinación R^2 :** Es una medida de qué tan bien explica el modelo matemático la variabilidad del contenido neto de los envases. En este caso **la variabilidad del Contenido neto, está explicada en un 92.50% por la contracción que sufren los envases al transcurrir el tiempo.**

Análisis de Varianza

Utilizando el software Minitab 18 se procedió a realizar el estudio de varianza del modelo Ecuación (2), para conocer los aportes a la variación de los valores de la variable de respuesta Y por parte de la Regresión y del Error Experimental, obteniendo los resultados que se muestran en la Tabla (1).

$$SCTotal = SCRegresión + SCError$$

Ecuación (2): Partición de la Suma de Cuadrados Total en la Suma de Cuadrados de la Regresión y del Error Experimental.

Fuente	GL	SC	MC	F	P
Regresión	1	314,272	314,272	123,27	0,000
Error	10	25,495	2,550		
Total	11	339,767			

Tabla (1): Cuadro de Análisis de Varianza para el Modelo de Regresión.

Con este estudio se puede realizar la **prueba de hipótesis para verificar si la constante estimada asociada a la variable regresora X es válida.**

Hipótesis Nula: $\beta_1 = 0$

Hipótesis Alterna: $\beta_1 \neq 0$

Se calculó un estadístico observado $F = 123,27$ con grados de libertad $v_1 = 1$ y $v_2 = 10$ y se comparó con un valor crítico $F = 10,04$ con grados de libertad $v_1 = 1$ y $v_2 = 10$ considerando un nivel de significancia $\alpha = 0,01$. Como resultado **existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula, indicando que está variable X (tiempo) es significativa en el modelo.**

Análisis de regresión: Contenido Neto del envase PET vs. Horas desde Fabricación del Env

La ecuación de regresión es
Contenido Neto del envase PET = 1514 - 0.07264 Horas desde Fabricación del Env

S = 1.59672 R-cuad. = 92.5% R-cuad. (ajustado) = 91.7%

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC	MC	F	P
Regresión	1	314.272	314.272	123.27	0.000
Error	10	25.495	2.550		
Total	11	339.767			

Salida 2 Análisis de Regresión mediante Minitab 18 ®

Intervalos de confianza para los coeficientes β_0 y β_1

Empleando el software Microsoft Excel se procedió a calcular los intervalos de confianza del 95% y del 99% para estimar los verdaderos valores de los coeficientes β_0 y β_1 , como se observa en la Tabla (2).

	Valor	Error típico	Estadístico t	Inferior 95%	Superior 95%
Intersección β_0	1514,48	0,768	1970,61	1512,77	1516,19
Pendiente β_1	-0,073	0,0065	-11,10	-0,087	-0,058

Tabla (2): Tabulación de los estadísticos y los Intervalos de Confianza.

Interpretación

El IC para la pendiente poblacional β_1 está comprendido entre -0.0872 y -0.0581, con una confianza del 95%. Puede decirse entonces que en 95 de cada 100 intervalos de confianza construidos, la pendiente poblacional β_1 tendrá un valor entre -0.0872 y -0.0581.

Podemos decir que en el 95% de los casos en que calculemos los IC, **los valores del intercepto β_0** o contenido neto estarán entre 1512.77y 1516.19 mililitros. Dicho de otro modo el contenido neto de los envases, estará comprendido aproximadamente entre 1512.77 y 1516.19 mililitros

Análisis de correlación lineal simple ρ

Para asegurar la veracidad del modelo se calculó el coeficiente de correlación lineal ρ como se indica en la ecuación (3), teniendo como valor promedio de X = 96 hs, (que según datos históricos, es el tiempo promedio de llenado de los mismos luego de ser fabricados). Entonces el valor promedio de Y = 1507,65 ml.

$$\rho = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2 \sum(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Ecuación (3): Coeficiente de correlación lineal ρ .

Como resultado se obtuvo un valor de $\rho = -0.9617$. Esto permite decir que, con los datos muestrales considerados se observa una fuerte correlación negativa entre las variables, del orden del 96.17%.

Podemos informar que ambas variables consideradas X = Tiempo desde la fabricación de los envases PET, e Y= Contenido Neto de los envases, se encuentran fuertemente correlacionadas.

Estimaciones por Intervalos de Confianza, para las Predicciones Media e Individual, sobre el modelo

Inicialmente se propuso encontrar la **estimación del contenido neto para un tiempo máximo de espera de 250 hs**, (que es el tiempo máximo de espera de los envases para ser llenados en planta productora según registros históricos), al emplear el modelo de regresión se obtiene que para este tiempo el contenido neto sería de **1496,35 ml**, con lo cual **no cumpliría con los 1500 ml que debe contener el envase**.

En base a datos históricos de la empresa, **el tiempo promedio de llenado de los envases PET luego de ser fabricados es de 96 horas**. Por lo tanto, se calculó la predicción del valor medio y de la estimación puntual para este valor de X utilizando el software Minitab 18, como se observa en la Tabla (3).

Predicción	Error Estándar	IC de 99%	IP de 99%
1507,51	0,461120	(1506,04; 1508,97)	(1502,24; 1512,77)

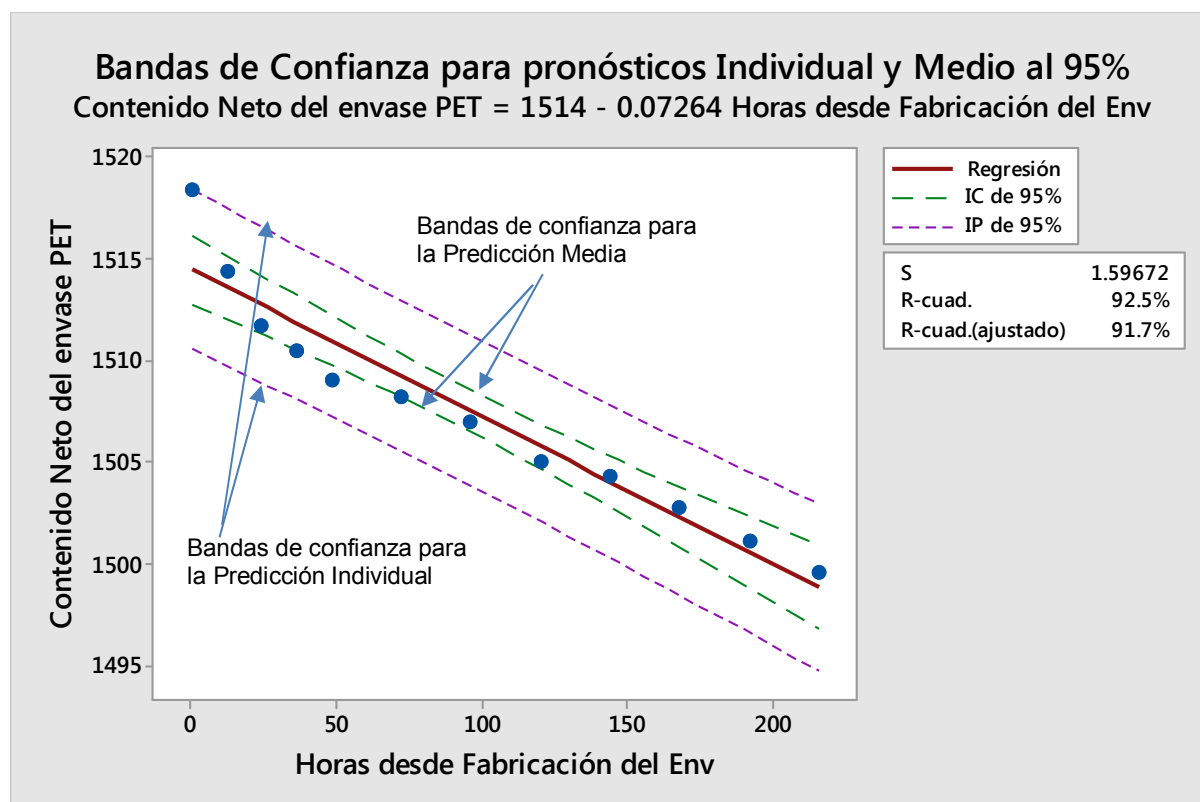
Tabla (3): Intervalo de confianza del 99% del valor estimado para X = 96.

El Intervalo de Confianza (IC) para la predicción media del Contenido Neto de los envases para

un tiempo de fabricación de 96 horas, estará comprendido entre 1506.04 y 1508.97 mililitros con un Índice de Confianza del 99%. En otras palabras, puede decirse que, en 99 de cada 100 intervalos de confianza contruidos, **el Contenido Neto para la predicción media tendrá un valor entre 1506.04 y 1508.97 mililitros.**

El contenido neto de los envases, a las 96 horas desde su fabricación, estará comprendido entre 1502.24 y 1512.77 mililitros, con una confianza del 99%. En otras palabras, puede decirse que, en 99 de cada 100 IC, **el verdadero valor individual de la población, estará “comprendido” entre 1502.24 y 1512.77 mililitros, cuando $X = 96$.**

Esto nos indica que en la mayoría de los casos se cumpliría con el contenido neto mínimo de 1500 mililitros hasta las 96 horas desde la fabricación del envase.



Gráfica (3): Se pueden observar en verde las Bandas de Confianza para la predicción media de Y_0 , más estrechas que las Bandas de Confianza de la predicción Individual en morado, que son más amplias.

CONCLUSIONES

Se pudo observar en los gráficos, que *el contenido neto disminuye al transcurrir el tiempo.*

En este trabajo se pudo construir un Modelo de Regresión Lineal Simple, y encontrar el coeficiente de determinación de 0.9250, que nos permitió concluir que la recta de regresión muestral explica un 92.50% de la variabilidad del contenido neto. El resto (7.50%) no queda explicado por la recta calculada por el MRLS, y se debe a los residuos muestrales.

Además, se pudo estimar que el contenido neto de los envases a las 250 horas de fabricación, que es el tiempo máximo de espera de los envases para ser llenados, (según registros históricos) sería de 1496.35 ml, por lo cual no cumpliría con los 1500 ml que debe contener el envase para cumplir con lo requerido.

Cabe destacar que, al ser llenados los envases, la disminución de altura se detiene, por lo cual se sugiere acortar los tiempos de llenado, para que el contenido neto estimado cumpla las especificaciones necesarias. De no ser factible, colocar suplementos a los moldes, que permitan

aumentar el contenido neto, y compensar la disminución que sufren con el tiempo.

Se plantearon intervalos de confianza para los parámetros β_0 y β_1 para verificar si resultados iniciales, son correctos.

Los intervalos de Confianza calculados para la intersección (β_0), o contenido neto se encuentran dentro de lo que la empresa considera límites aceptables (no menores a 1500 mililitros).

Se pudo observar que los Intervalos de Confianza (IC) para la predicción media del Contenido Neto de los envases para un tiempo de fabricación de 96 horas, cumplen con las especificaciones de 1500 mililitros. De la misma manera, el intervalo de confianza para la predicción individual de Y, cuando $X_0 = 96$, nos indica que en la mayoría de los casos se cumpliría con el contenido neto mínimo de 1500 mililitros.

Por ello, una alternativa viable, para asegurar el cumplimiento del contenido neto mínimo necesario, sería acortar los tiempos de llenado a un máximo de 96 horas, en cuyo caso no sería necesaria la colocación de suplementos a los moldes para el soplado de los envases.

Por todo lo analizado, podemos recomendar dos posibles cursos de acción:

- *Disminuir los tiempos de llenado de los envases a un plazo máximo de 96 horas.*
- *De no poder cumplir con este tiempo de llenado, debemos recomendar la colocación de suplementos a los moldes, que permitan aumentar el contenido neto, y compensar la disminución que sufren con el tiempo, para garantizar que los consumidores reciban el contenido neto legal de 1500 mililitros.*

AGRADECIMIENTOS: a los Señores Luis Corominas ex Gerente Industrial, y Roberto Scalone ex Jefe de Aseguramiento de la Calidad de Salta Refrescos S.A. Planta Jujuy.

BIBLIOGRAFIA

Material Curso Experto Universitario en Estadística Aplicada para la Toma de Decisiones - Introducción a Regresión Lineal y a Estadística no Paramétrica - 3º Tramo de Experto.

Lic, Ana María Santín Vigo, Universidad Nacional de La Plata. 2017.

Probabilidad y Estadística para Ingenieros

Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers, Keying Ye. Editorial Pearson, 9na edición. México. 2012.

Econometría

Damodar Gujarati.

Editorial Mac Graw Hill. Cuarta Edición. México. 2004.

Softwares utilizados

Minitab 18®

Microsoft Excel®